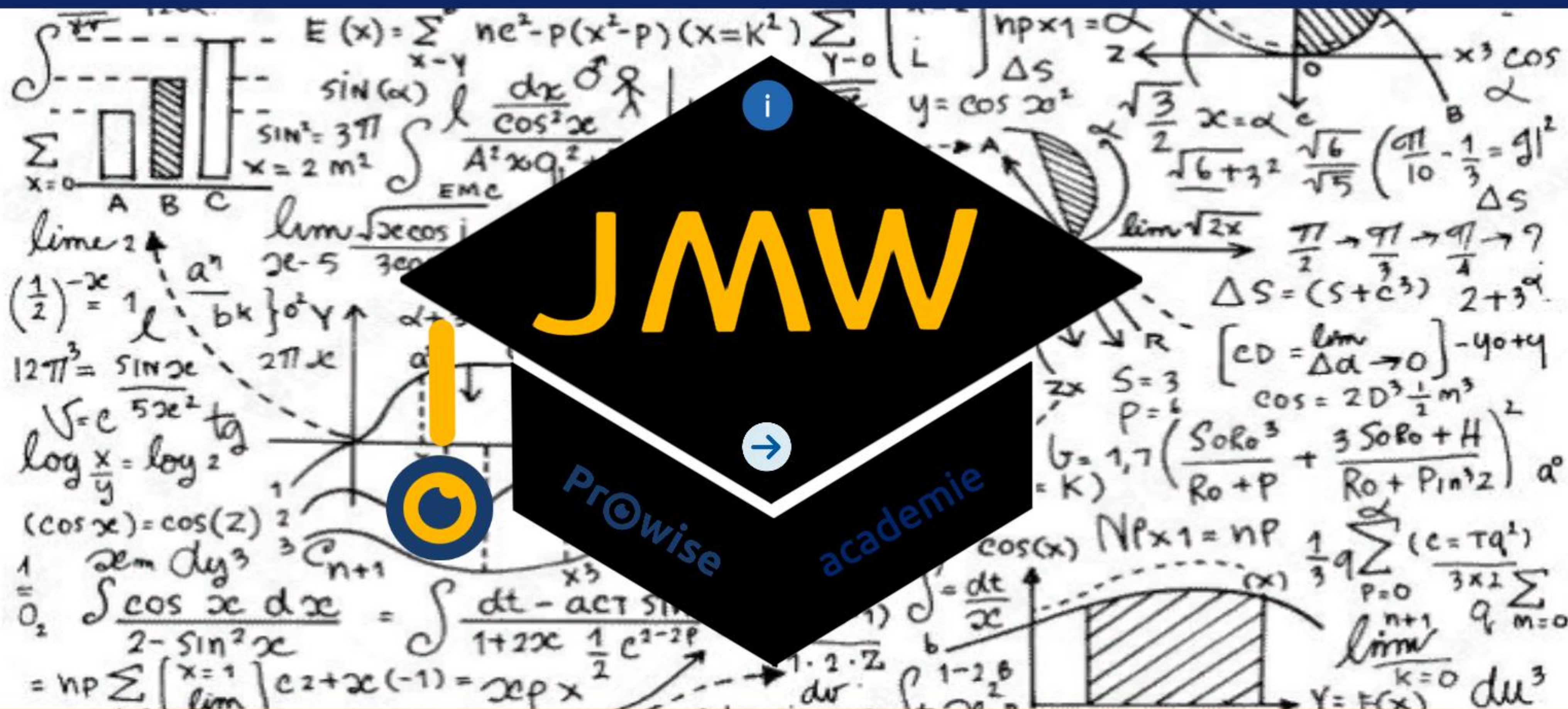


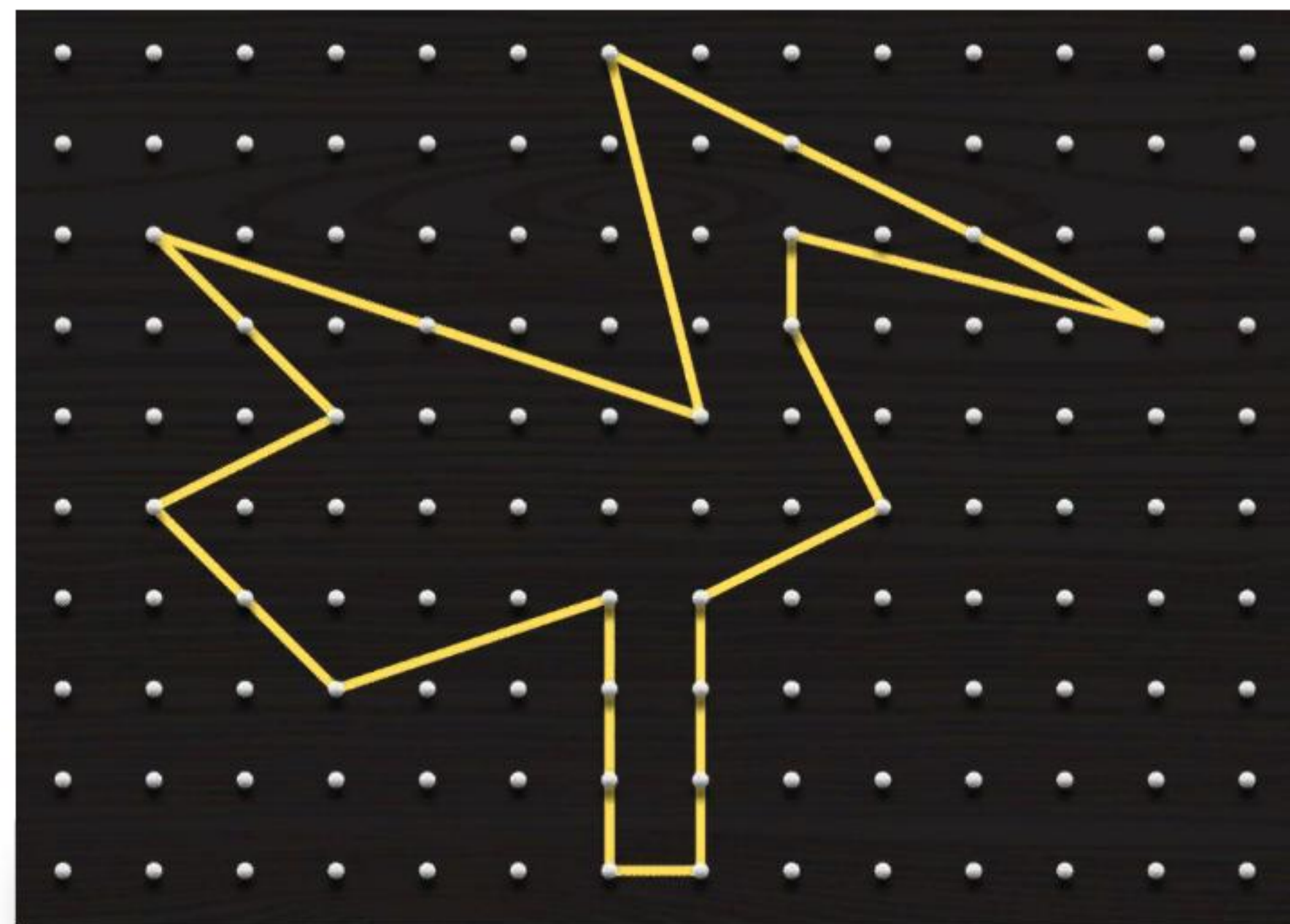
Junior Masterclass Wiskunde



Uitdagende en inspirerende wiskunde voor basisschoolleerlingen



④ De formule van Pick





Het lesdoel

In deze **Junior Masterclass Wiskunde** ga je de oppervlakte berekenen van wiskundige figuren. Dit doen we eerst op de traditionele manier. Daarna leer je op een andere eenvoudige en verrassende manier om de oppervlakte van (rooster)veelhoeken te berekenen. Namelijk met behulp van de formule van Pick.

Je leert in deze masterclass:

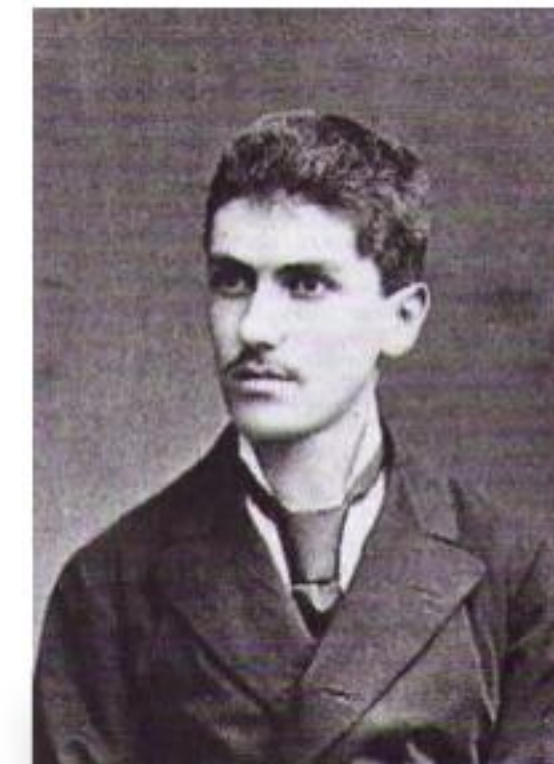
- de oppervlakte van enkele bekende wiskundige figuren te berekenen;
- wat een roosterveelhoek is;
- met behulp van de formule van Pick de oppervlakte van een roosterveelhoek te berekenen.



Info voor de docent

- In deze Masterclass leren de leerlingen de oppervlakte te berekenen van bekende vlakke figuren zoals: een vierkant, een rechthoek, een driehoek, een parallellogram en een trapezium.
- De leerlingen leren ook van samengestelde vlakke figuren de oppervlakte te berekenen.
- De leerlingen maken kennis met roosterveelhoeken.
- Door middel de formule van Pick leren de leerlingen op een heel andere manier de oppervlakte van roosterveelhoeken te bereken. Bij deze eenvoudige manier van oppervlakteberekening spelen de roosterpunten op de omtrek van de roosterveelhoek en de roosterpunten binnen de figuur een rol.

De formule van Pick is genoemd naar een Oostenrijks wiskundige **Georg Alexander Pick**. Hij werd geboren in 1859 in Wenen en overleed in 1942 op 82-jarige leeftijd in het concentratiekamp Theresienstadt. In 1899 bedacht hij deze formule die ook naar hem genoemd werd. Als wiskundige een formule naar jou genoemd krijgen is al iets, maar een formule die veel te eenvoudig lijkt om waar te kunnen zijn, dat is weinigen gegeven.



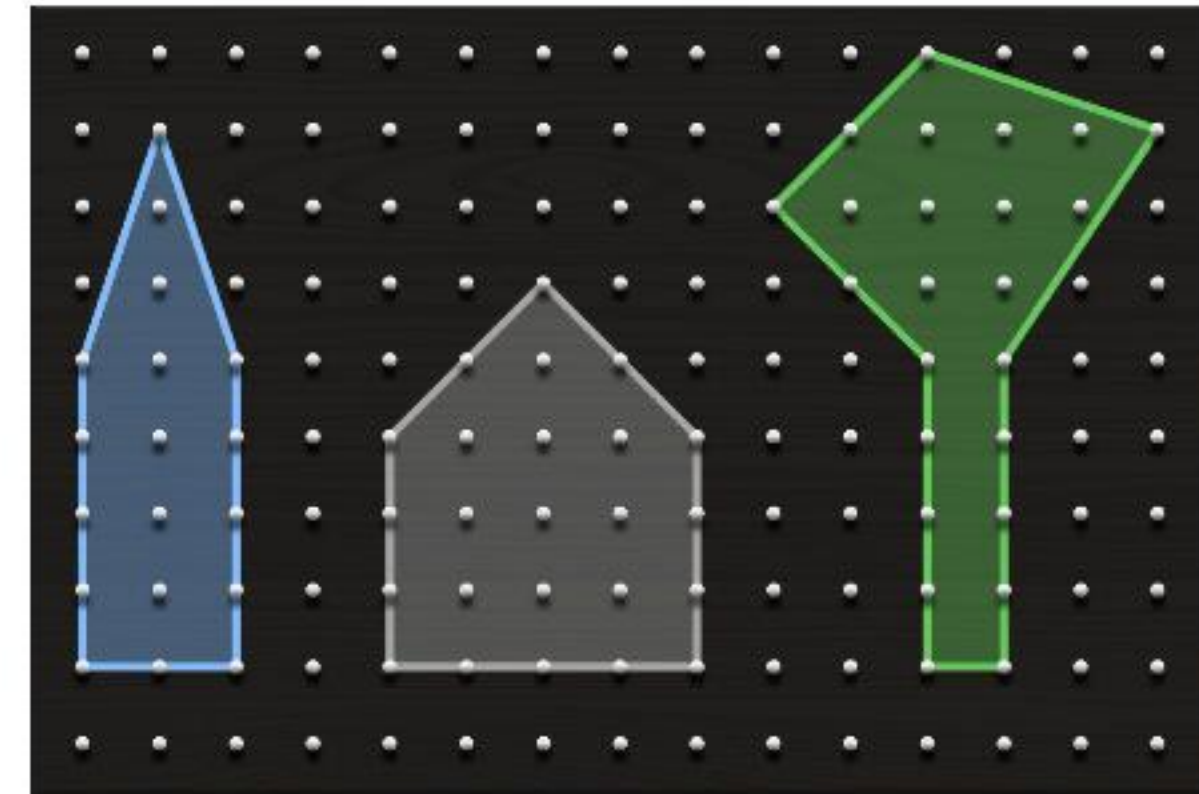
**4**

Lesmateriaal

1

Geoboard

- Geoboard is een app om met behulp van digitale elastiekjes een wiskundige figuur te ontwerpen.
- Klik [hier](#) om de app te activeren.





Inhoudsopgave

- 1 De oppervlakte van een rechthoek en een vierkant
- 2 De oppervlakte van een driehoek
- 3 Fiiguren 'inlijsten'
- 4 Figuren 'opdelen'
- 5 Roosterveelhoeken
- 6 De formule van Pick
- 7 Toepassing: 'de Brusselse vijfhoek'



**4**

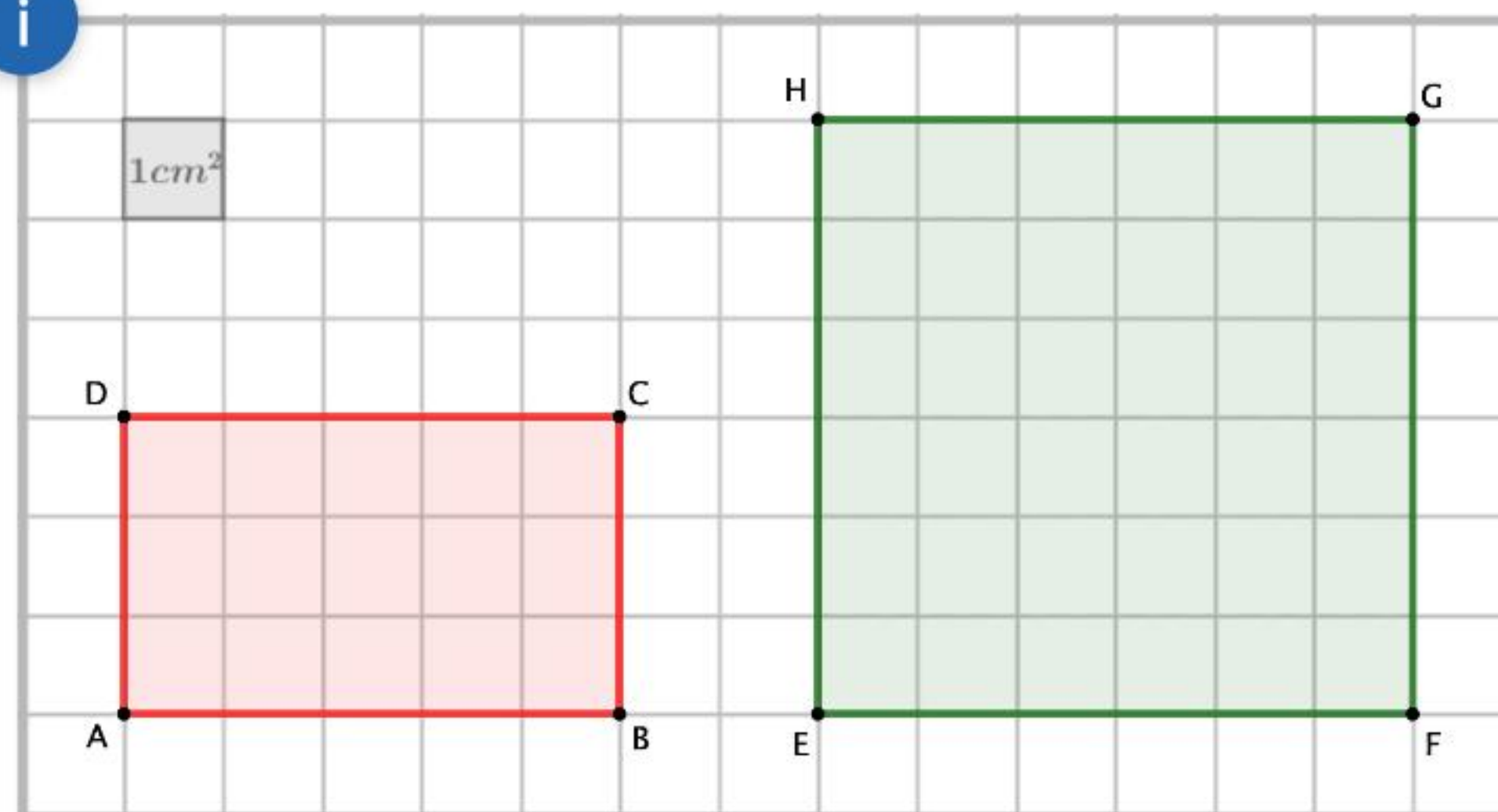
1. De oppervlakte van een figuur

De **oppervlakte** van een figuur is de grootte van het gebied binnen de figuur. Je telt hoeveel oppervlakte-eenheden er in passen. De oppervlakte-eenheid in de tekening hiernaast is een 1 cm^2 ; de oppervlakte van een vierkantje van 1 cm bij 1 cm.

Om de oppervlakte van de rechthoek en het vierkant die hiernaast zijn getekend te bepalen, tel je het aantal roostervierkantjes dat binnen de rechthoek en het vierkant past.

Er passen $5 \times 3 = 15$ oppervlakte-eenheden in de rechthoek en er passen $6 \times 6 = 36$ oppervlakte-eenheden in het vierkant. We zeggen: de oppervlakte van de rechthoek is 15 cm^2 en de oppervlakte van het vierkant is 36 cm^2 .

i



i

Notatie: $O(ABCD) = 15\text{ cm}^2$ en $O(EFGH) = 36\text{ cm}^2$

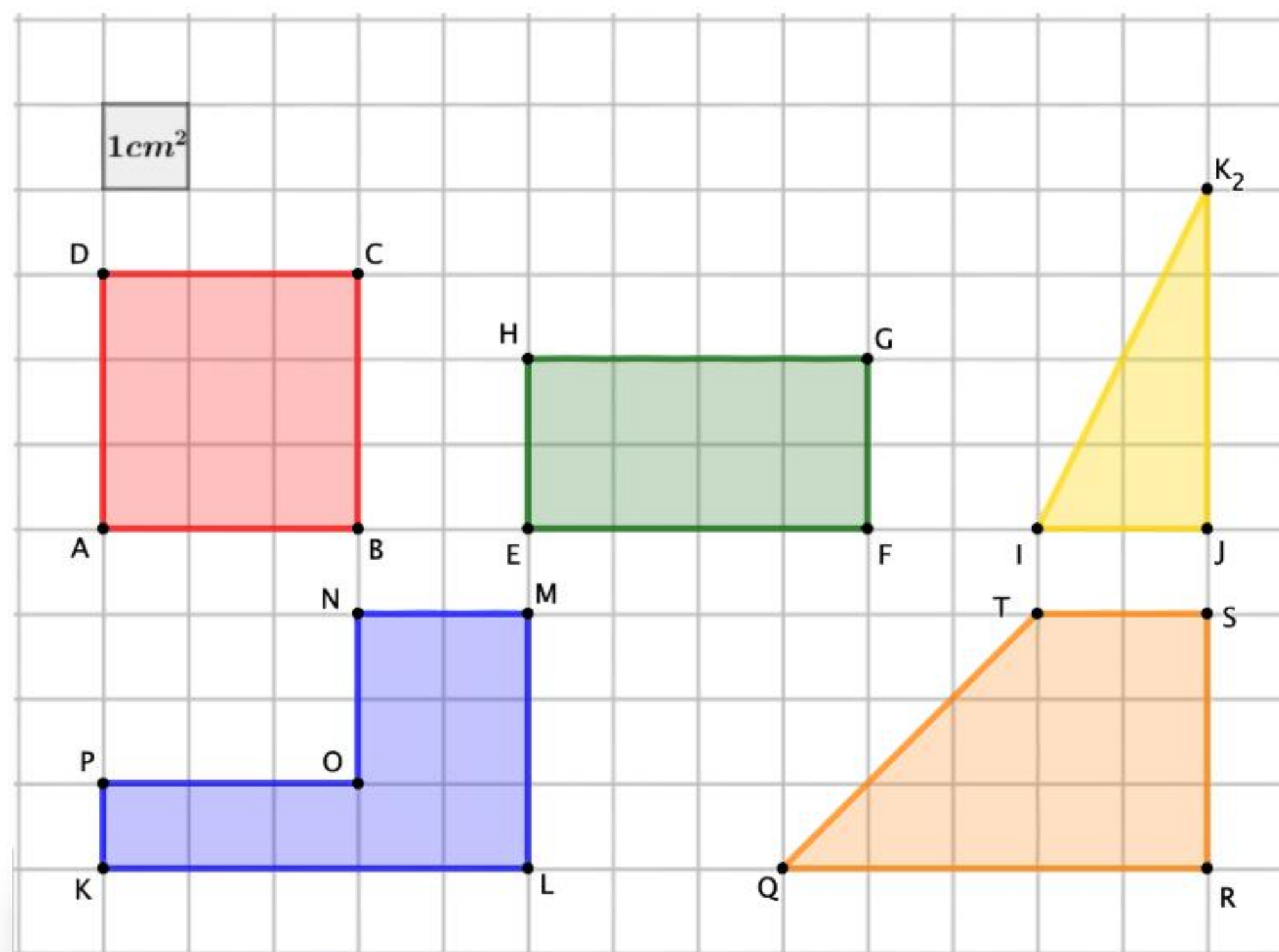




Opdrachten

1

Bereken de oppervlakte van onderstaande figuren.



$$O(ABCD) = 3 \times 3 = 9 \text{ cm}^2$$

$$O(EFGH) = 4 \times 2 = 8 \text{ cm}^2$$

$$O(IJK) = 2 \times 4 : 2 = 4 \text{ cm}^2$$

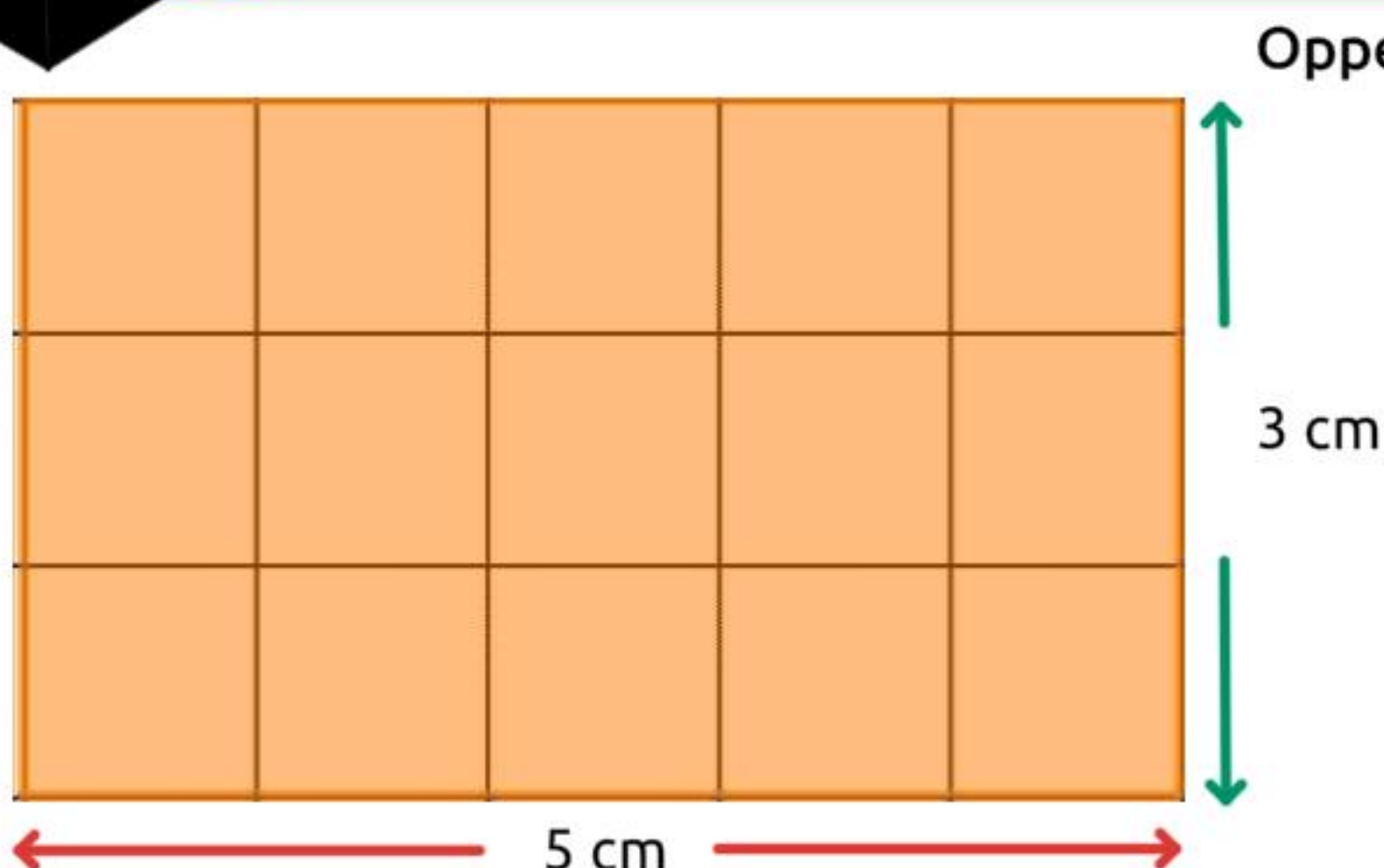
$$\begin{aligned} O(LMNOPQ) &= 1 \times 3 + 2 \times 3 \\ &= 9 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} O(RSTU) &= 3 \times 3 : 2 + 2 \times 3 \\ &= 4,5 + 6 \\ &= 10,5 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



4

1. De oppervlakte van een rechthoek



Oppervlakte-eenheid:

1 cm²

Als je de oppervlakte van deze rechthoek wilt weten dan ga je kijken hoe vaak de oppervlakte-eenheid, het grijze vierkantje met oppervlakte van 1 cm, in de rechthoek past.

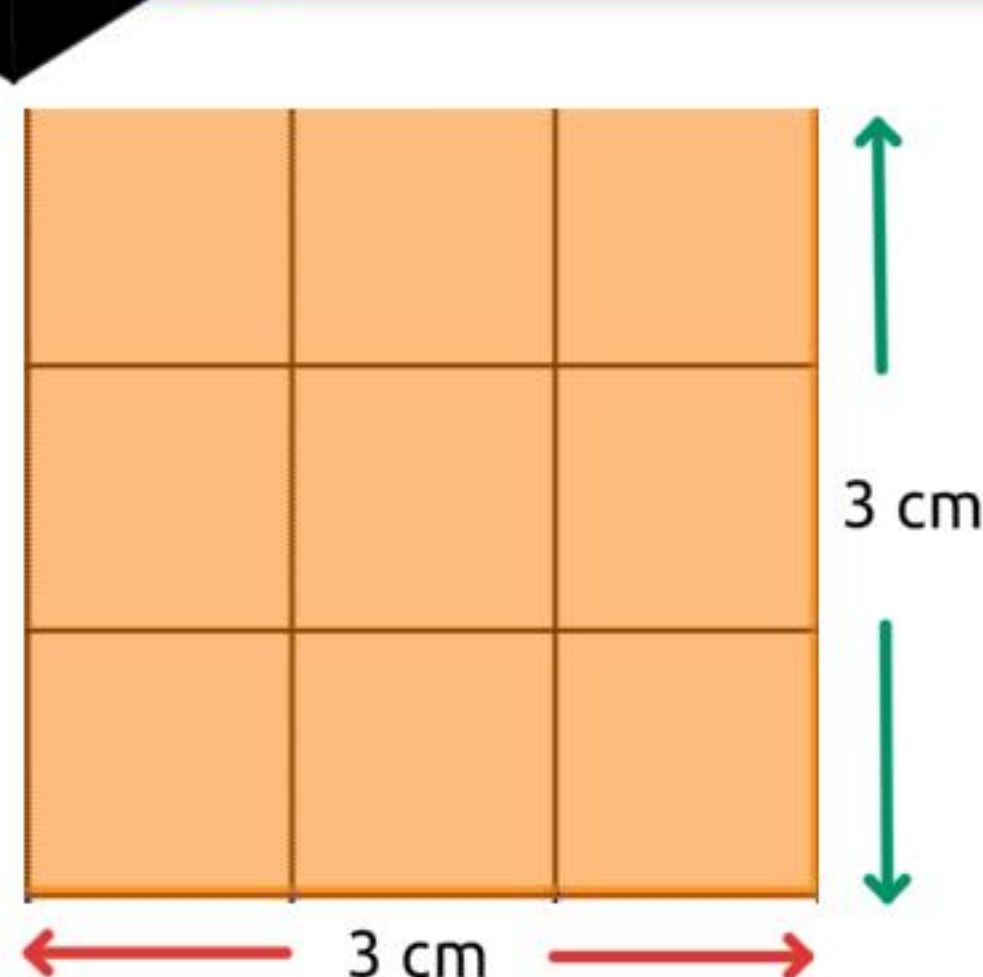
In de lengte van de rechthoek passen 5 grijze vierkantjes en in de breedte passen 3 grijze vierkantjes. Je kunt ook zeggen dat in de rechthoek 3 rijen van 5 grijze vierkantjes passen. De oppervlakte van de rechthoek is dus $5 \times 3 = 15 \text{ cm}^2$.

Om de oppervlakte van een rechthoek te berekenen, gebruiken we daarom de formule:

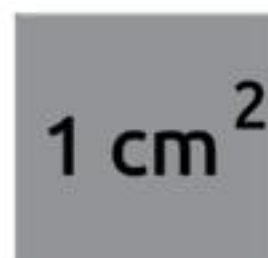
$$\text{Oppervlakte rechthoek} = \text{lengte} \times \text{breedte}$$

**4**

1. De oppervlakte van een vierkant



Oppervlakte-eenheid:



Als je de oppervlakte van dit vierkant wilt weten dan ga je kijken hoe vaak de oppervlakte-eenheid, het grijze vierkantje met oppervlakte van 1 cm^2 , in het vierkant past.

In de lengte van het vierkant passen 3 grijze vierkantjes en in de breedte passen natuurlijk ook 3 grijze vierkantjes. Je kunt ook zeggen dat in het vierkant 3 rijen van 3 grijze vierkantjes passen. De oppervlakte van het vierkant is dus $3 \times 3 = 9 \text{ cm}^2$.

Om de oppervlakte van een vierkant te berekenen, gebruiken we daarom de formule:

$$\text{Oppervlakte vierkant} = \text{lengte} \times \text{breedte}$$

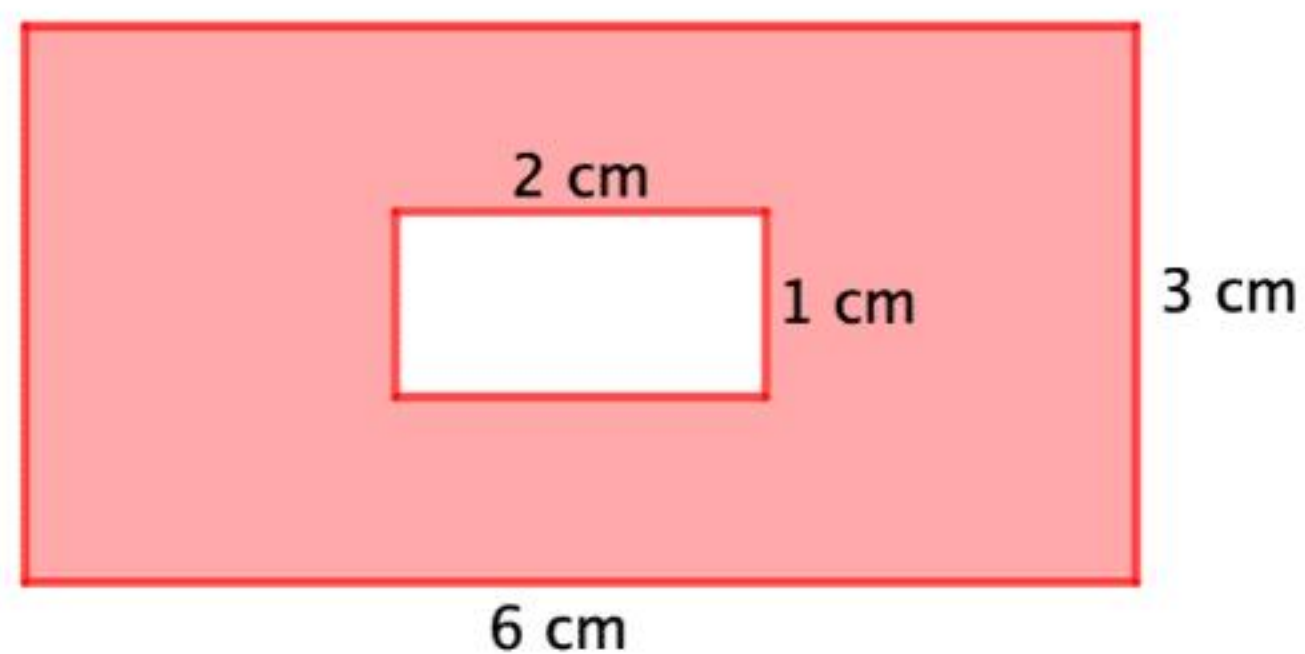


Opdrachten

2

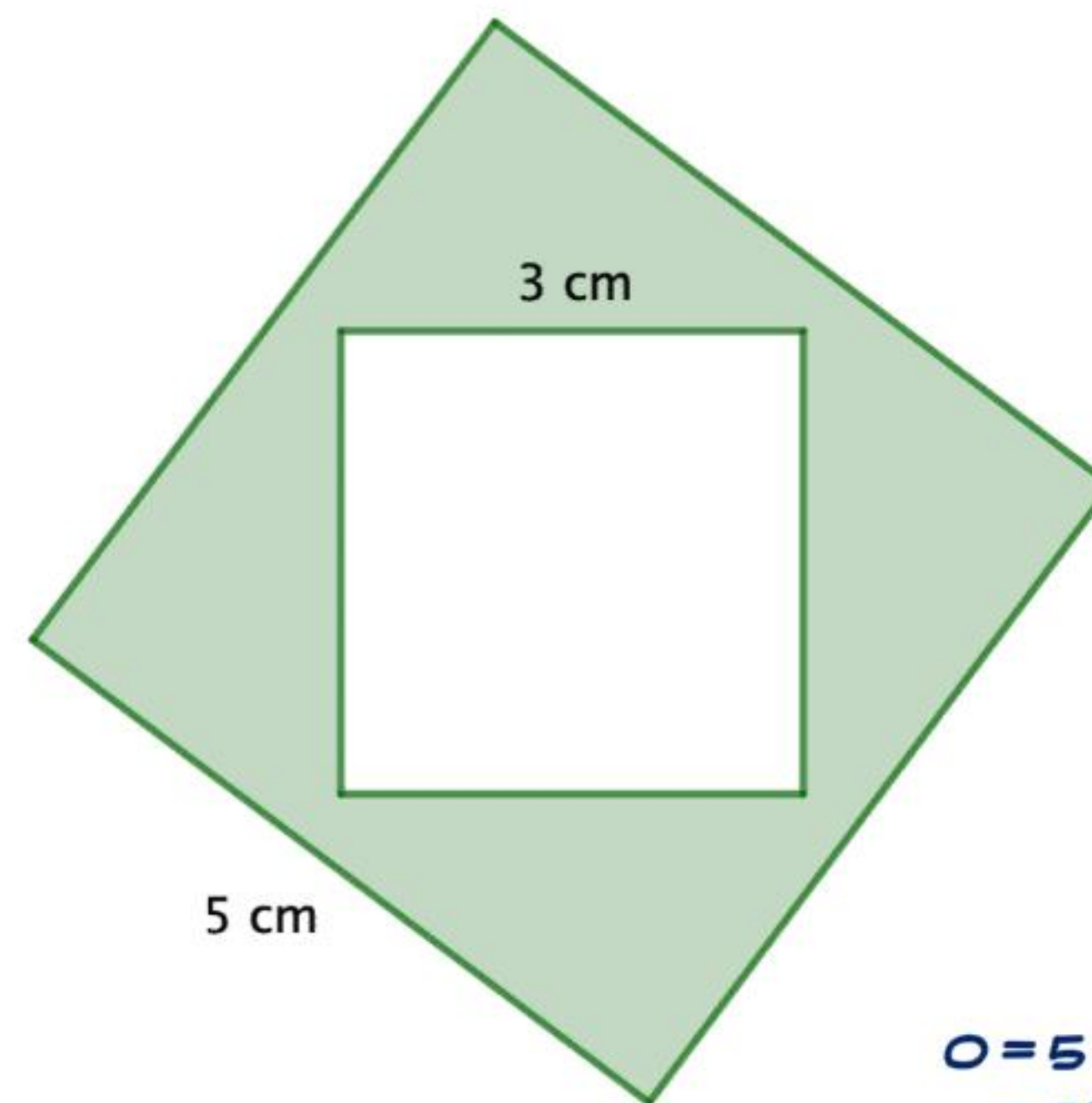
Bereken de oppervlakte van onderstaande figuren.

Figuur 1



$$\begin{aligned} O &= 6 \times 3 - 2 \times 1 \\ &= 18 - 2 = 16 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Figuur 2



$$\begin{aligned} O &= 5 \times 5 - 3 \times 3 \\ &= 25 - 9 = 16 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

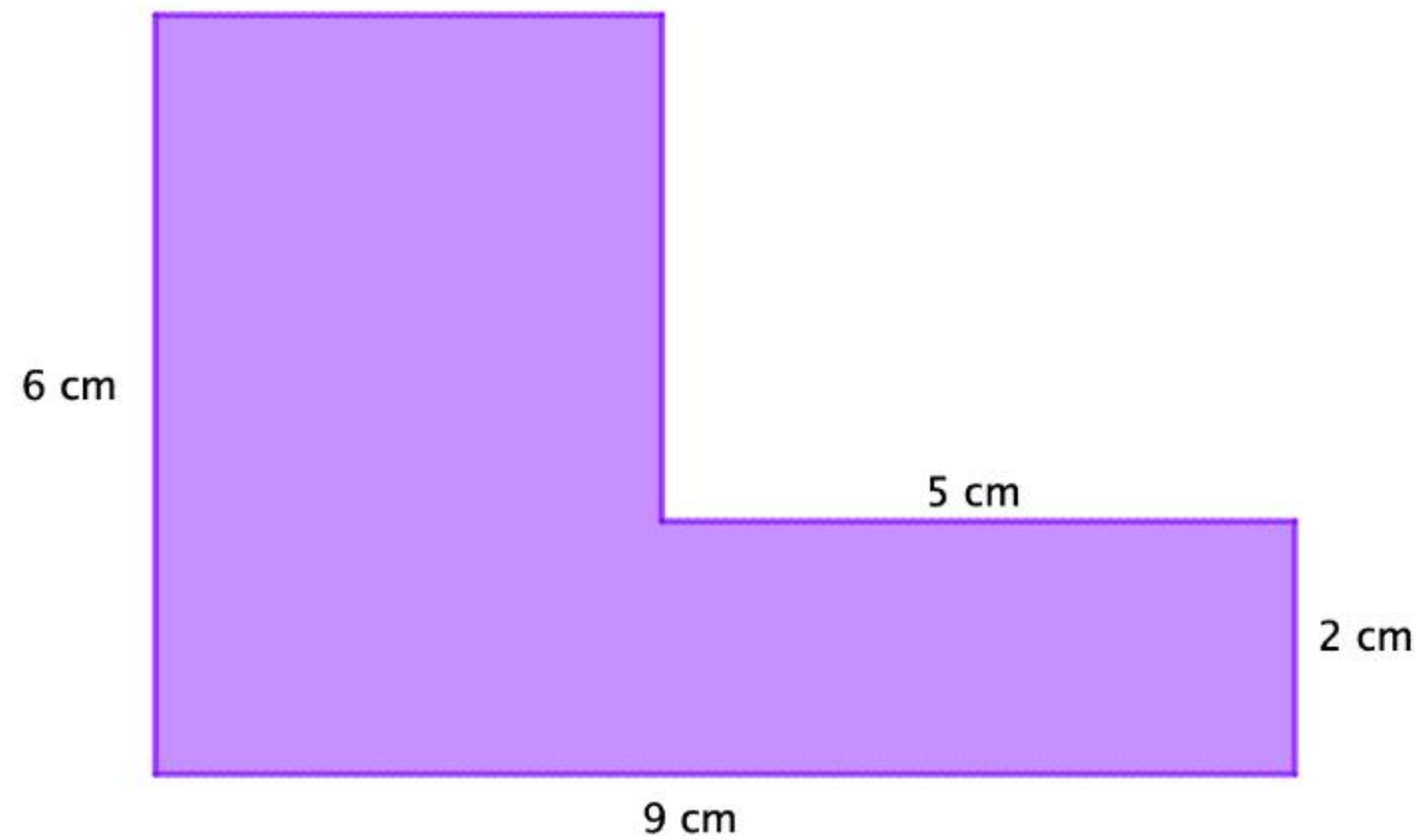


Opdrachten

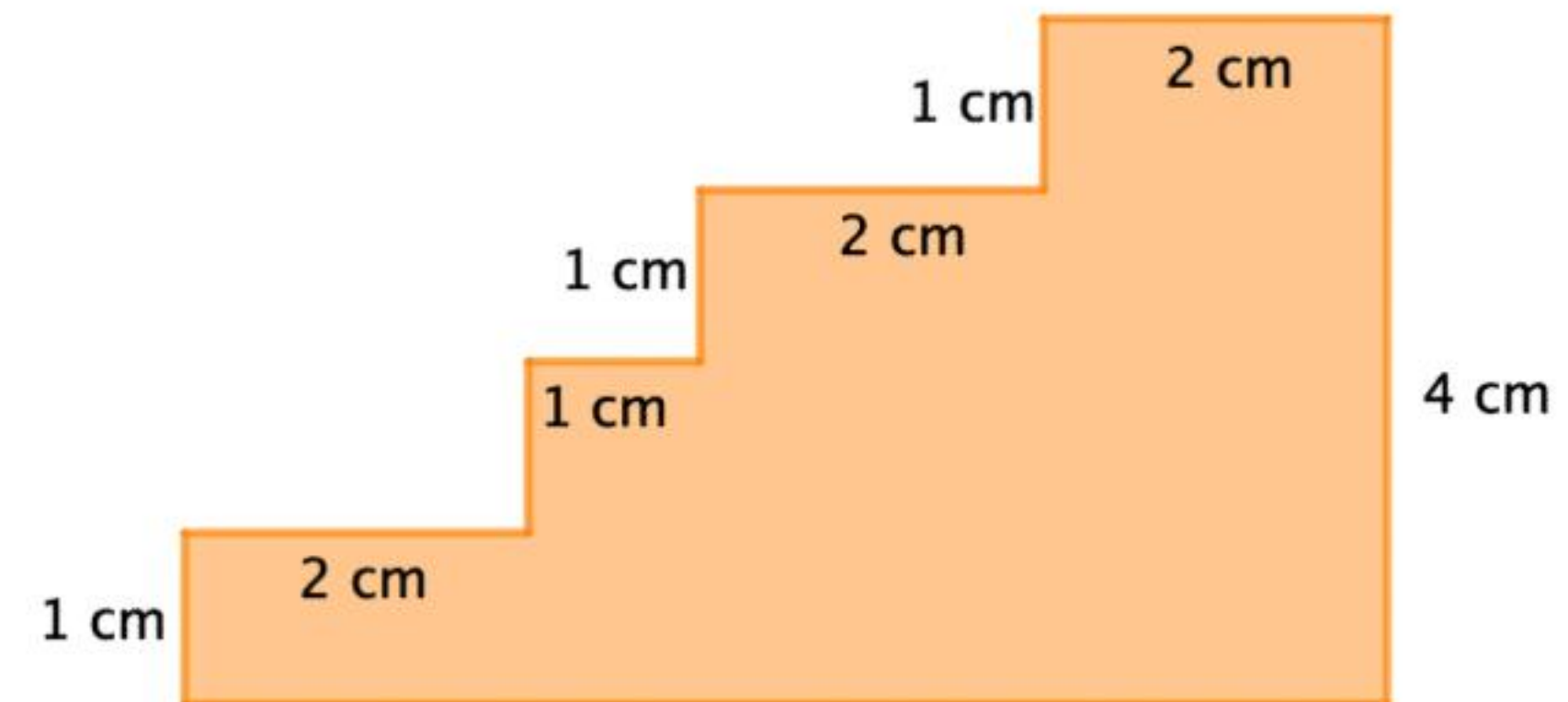
3

Bereken de oppervlakte van onderstaande figuren.

Figuur 3



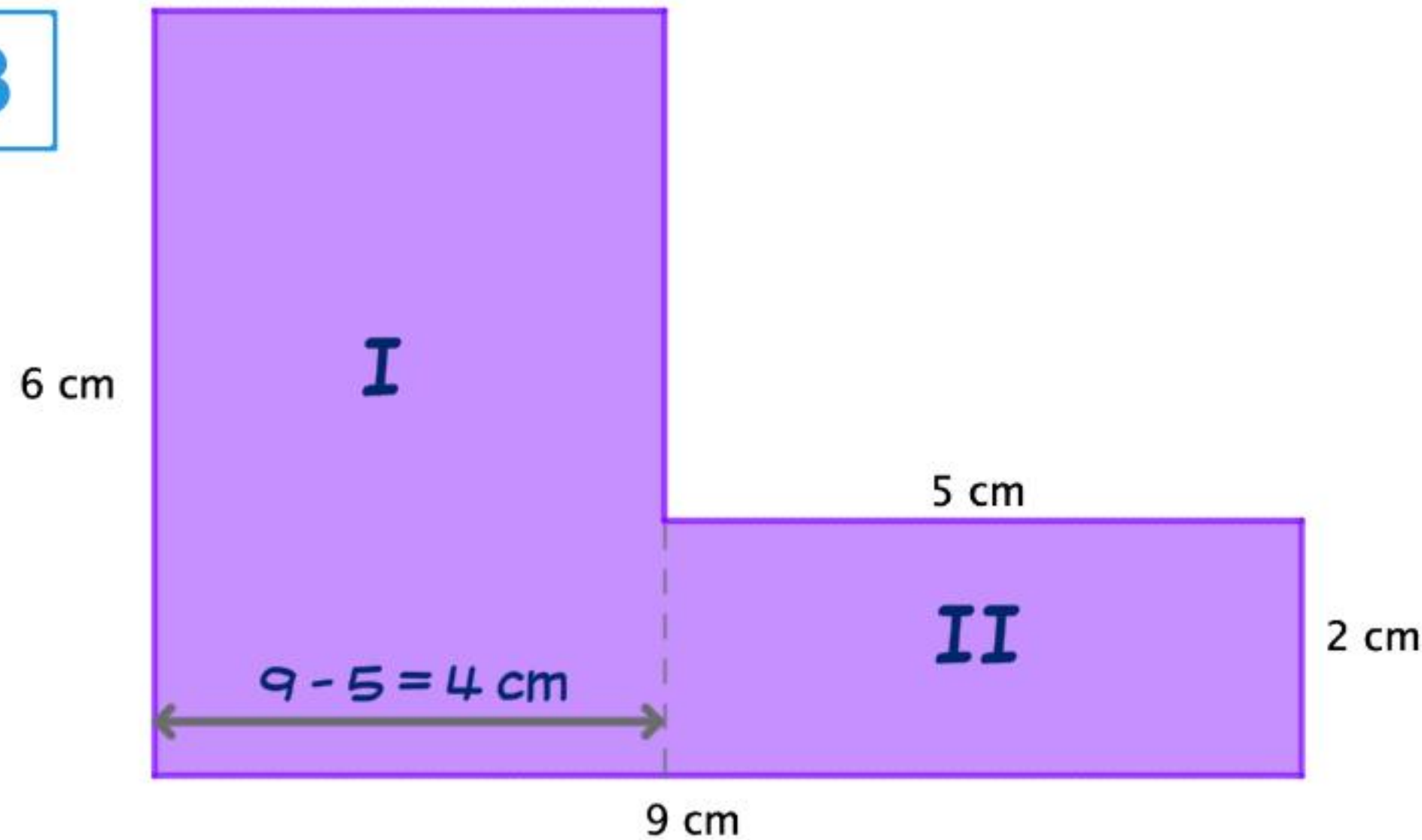
Figuur 4





Uitwerkingen

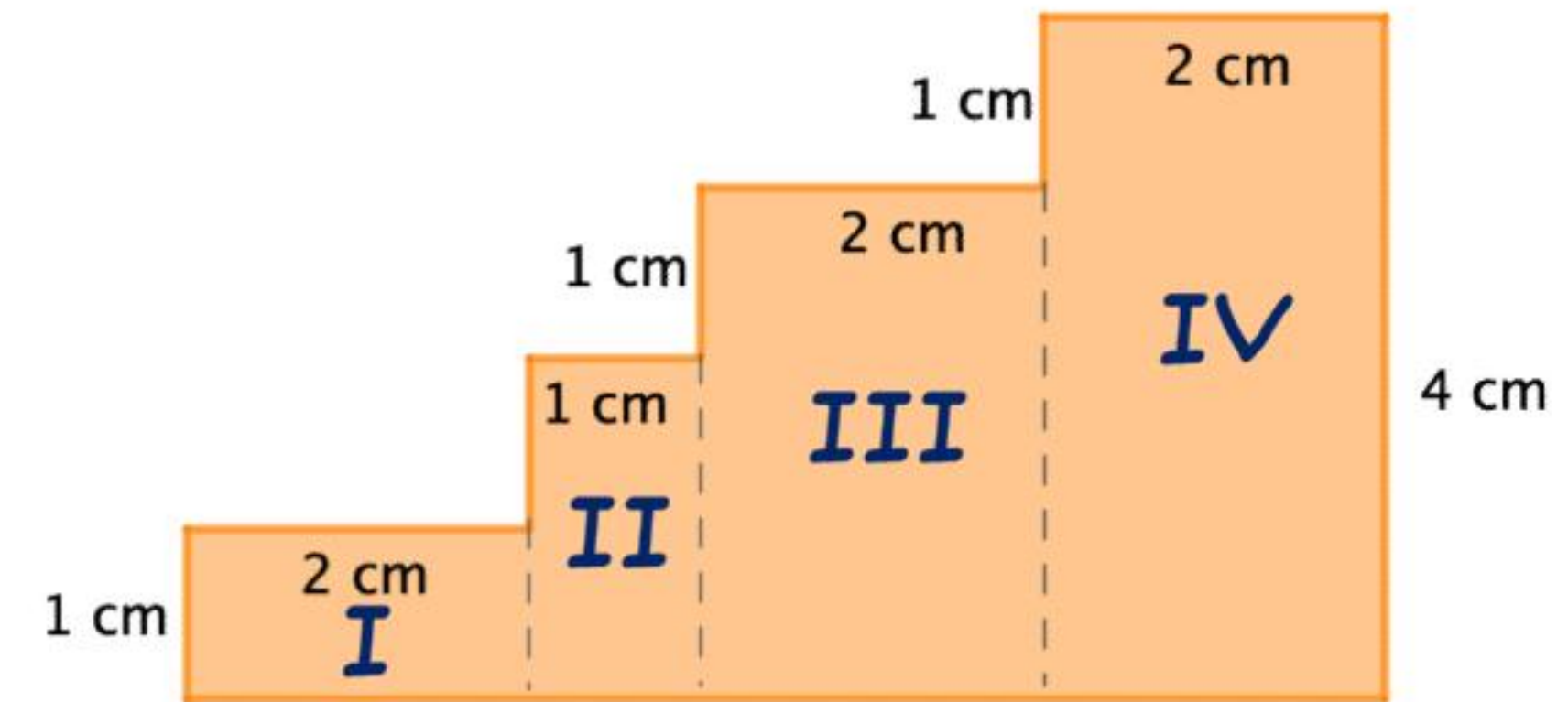
3



$$O(I) = 6 \times 4 = 24$$

$$O(II) = 5 \times 2 = 10$$

$$O(I + II) = 24 + 10 = 34 \text{ cm}^2$$



$$O(I) = 2 \times 1 = 2$$

$$O(II) = 1 \times 2 = 2$$

$$O(III) = 2 \times 3 = 6$$

$$O(IV) = 2 \times 4 = 8$$

$$O(\text{totaal}) = 2 + 2 + 6 + 8 = 18 \text{ cm}^2$$



4

2. De oppervlakte van een rechthoekige driehoek



5 cm

3 cm



Als je de rechthoekige driehoek ABC op de rechthoek legt dan zie je dat de oppervlakte van de driehoek precies **de helft** is van de oppervlakte van de rechthoek.

$$\text{Oppervlakte(rh driehoek)} = \text{Oppervlakte(rechthoek)} : 2$$

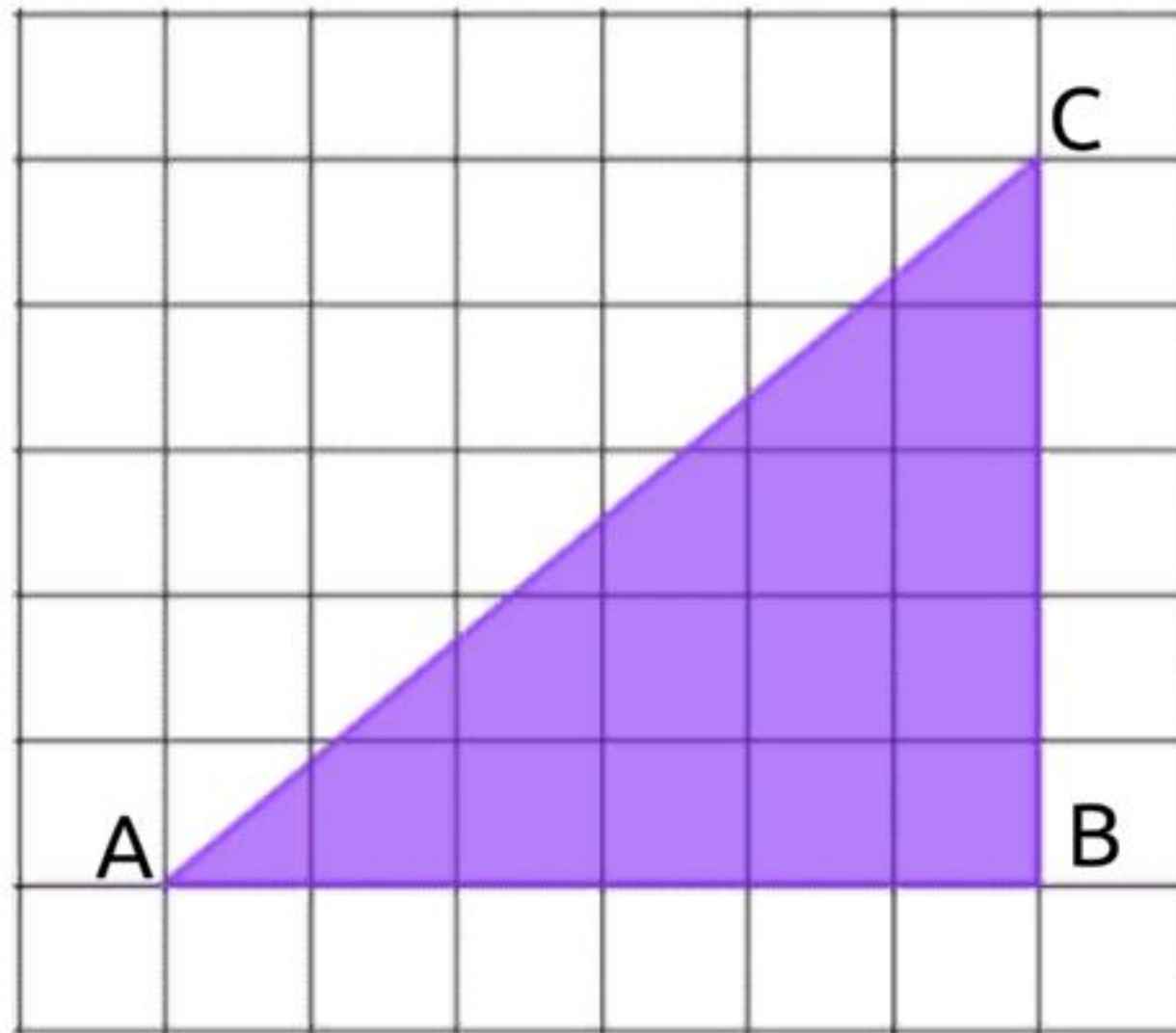


Opdrachten

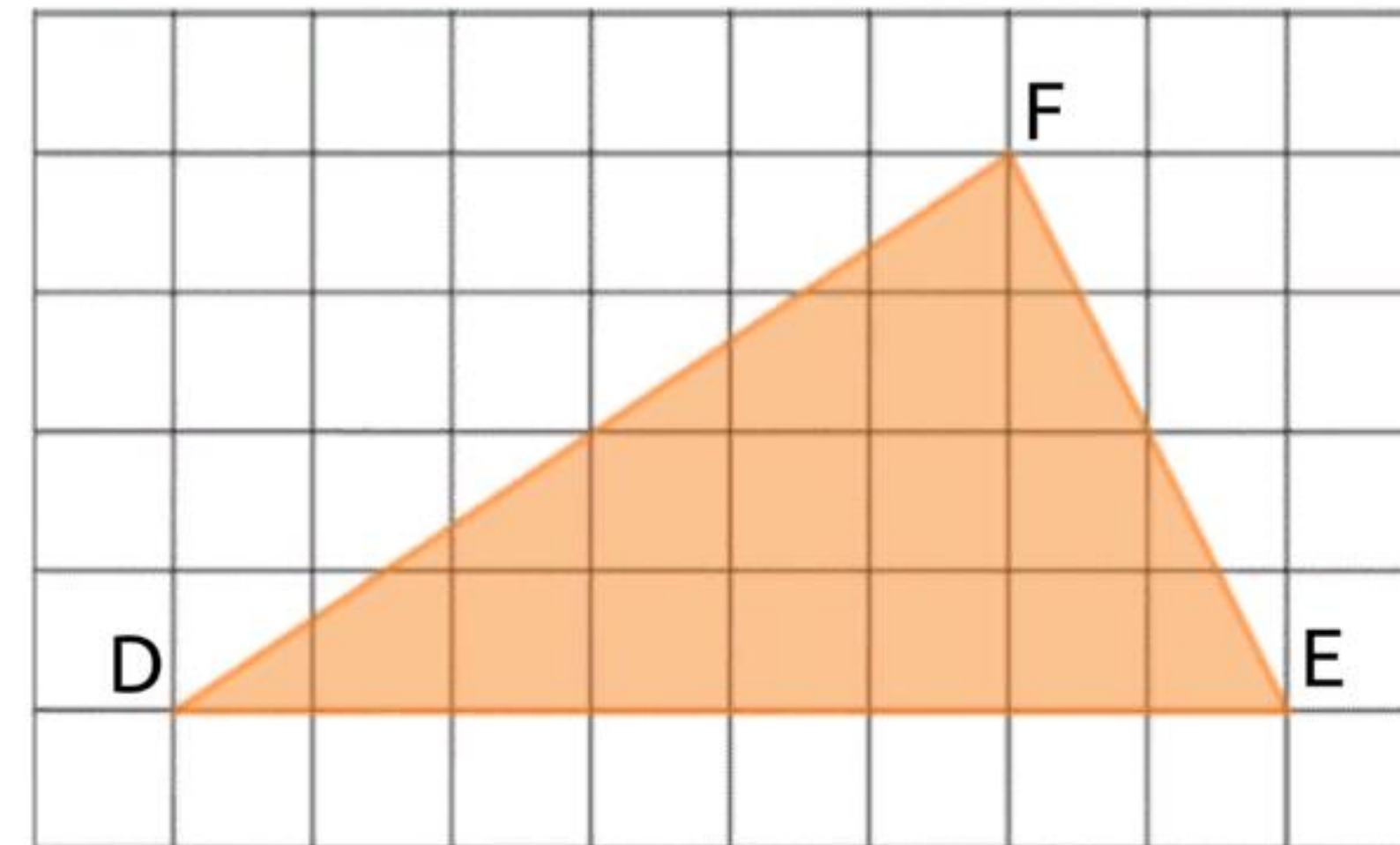
4

Bereken de oppervlakte van onderstaande figuren. Ga er van uit dat een rooster-vierkantje de afmetingen 1 cm bij 1 cm heeft.

Figuur 5



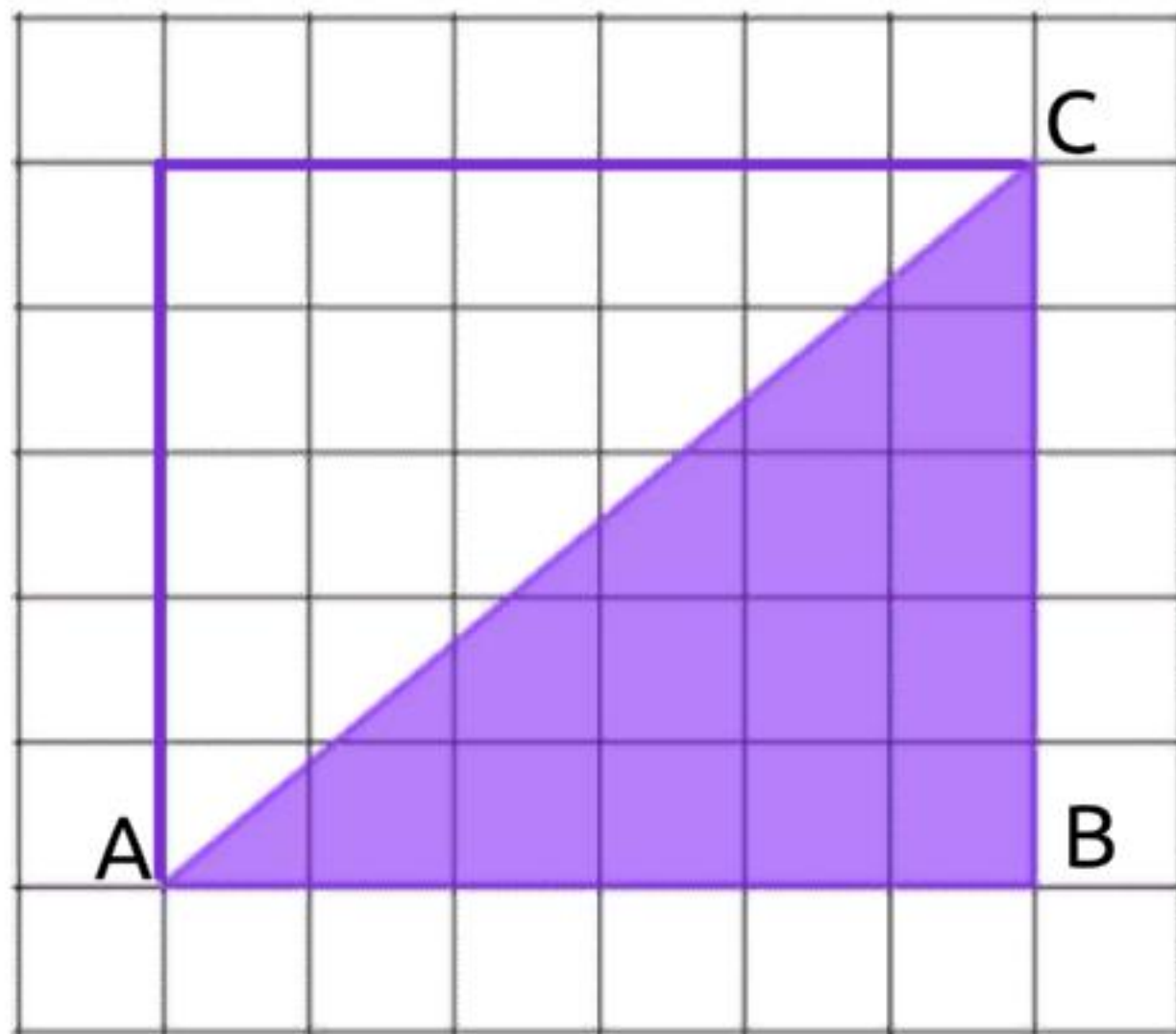
Figuur 6



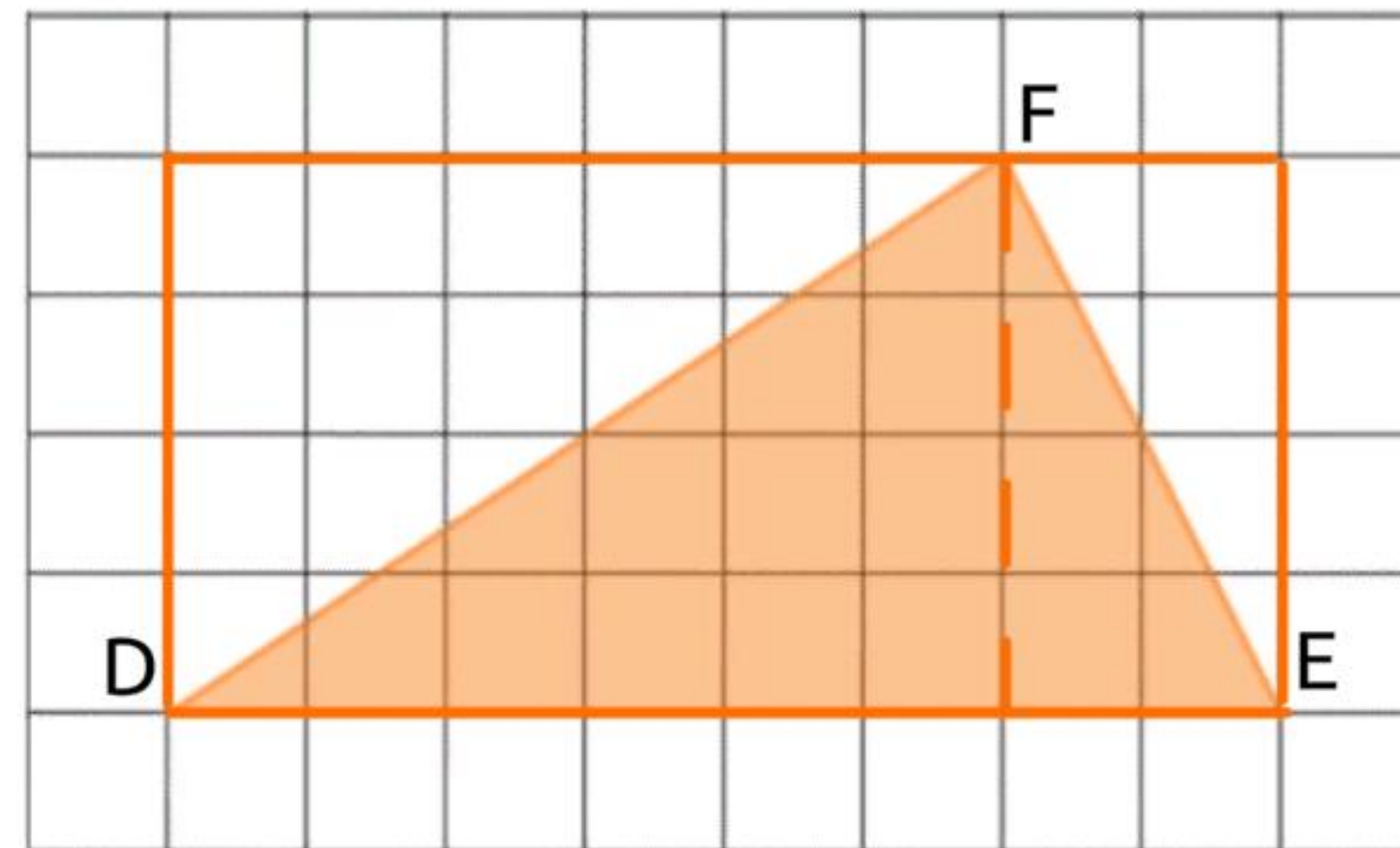


Uitwerkingen

4



$$O(ABC) = 6 \times 5 : 2 = 15 \text{ cm}^2$$



$$\begin{aligned} O(DEF) &= 6 \times 4 : 2 + 2 \times 4 : 2 \\ &= 12 + 4 \\ &= 16 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

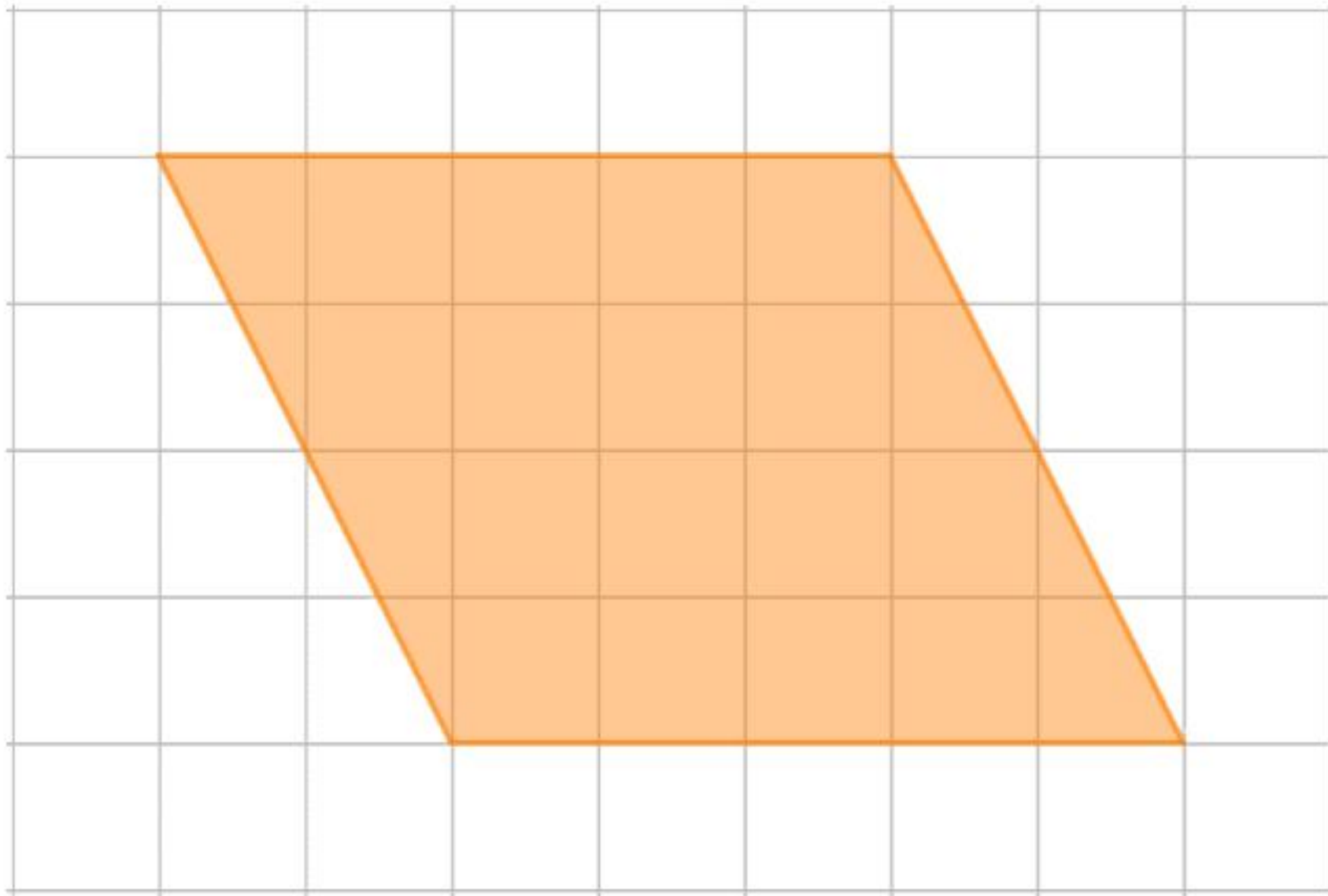


Opdrachten

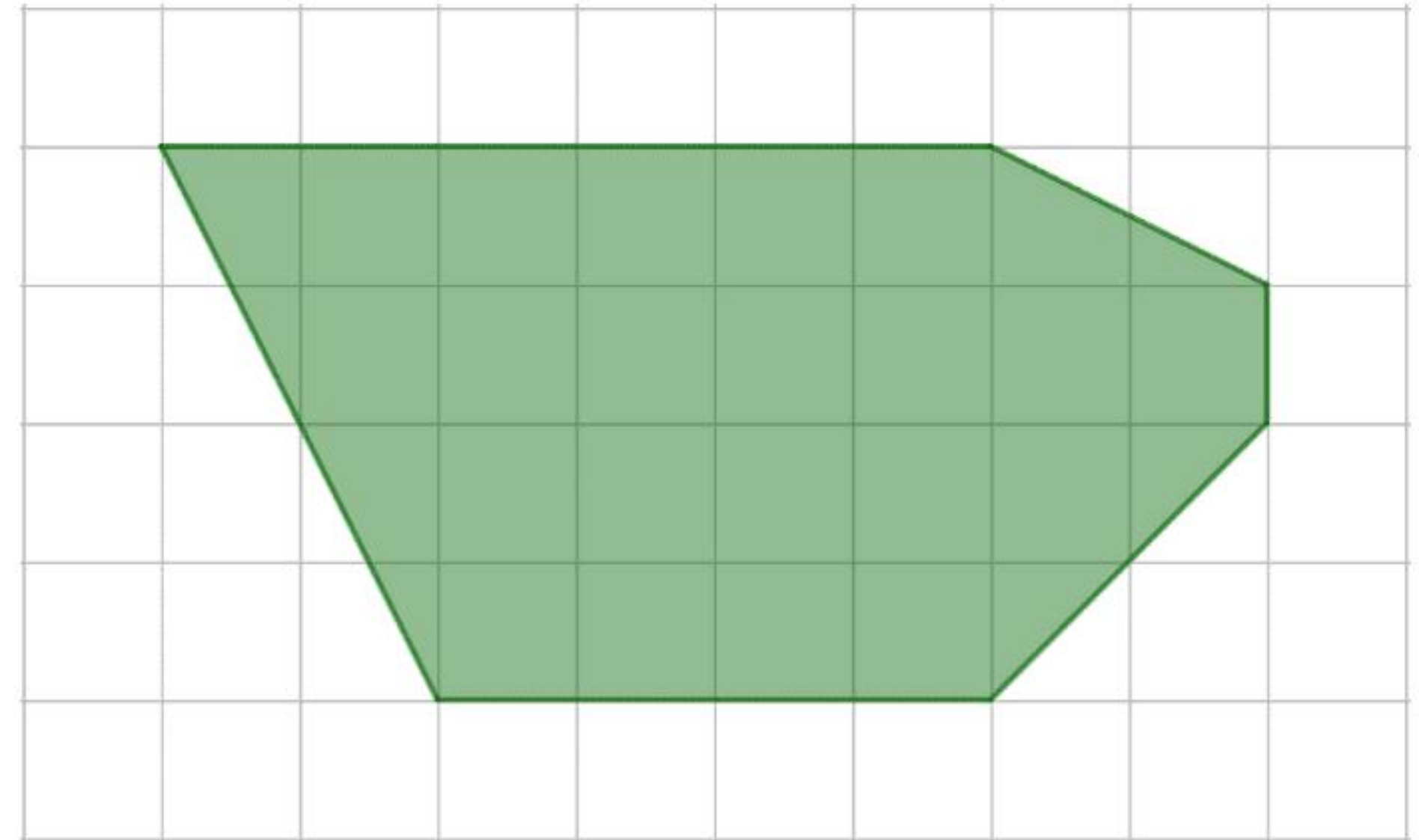
5

Bereken de oppervlakte van onderstaande figuren. Ga er van uit dat een rooster-vierkantje de afmetingen 1 cm bij 1 cm heeft.

Figuur 7



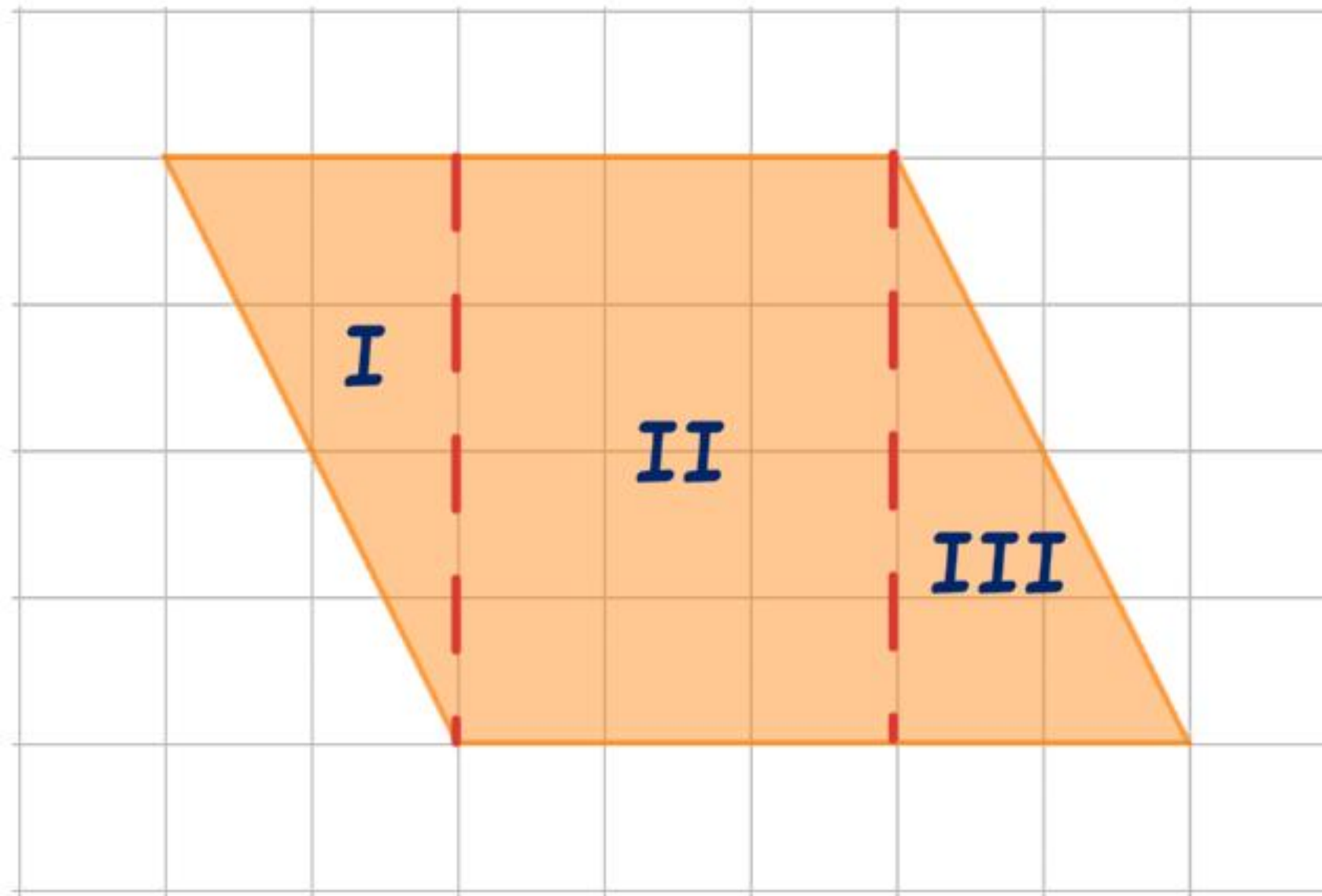
Figuur 8





Uitwerkingen

5

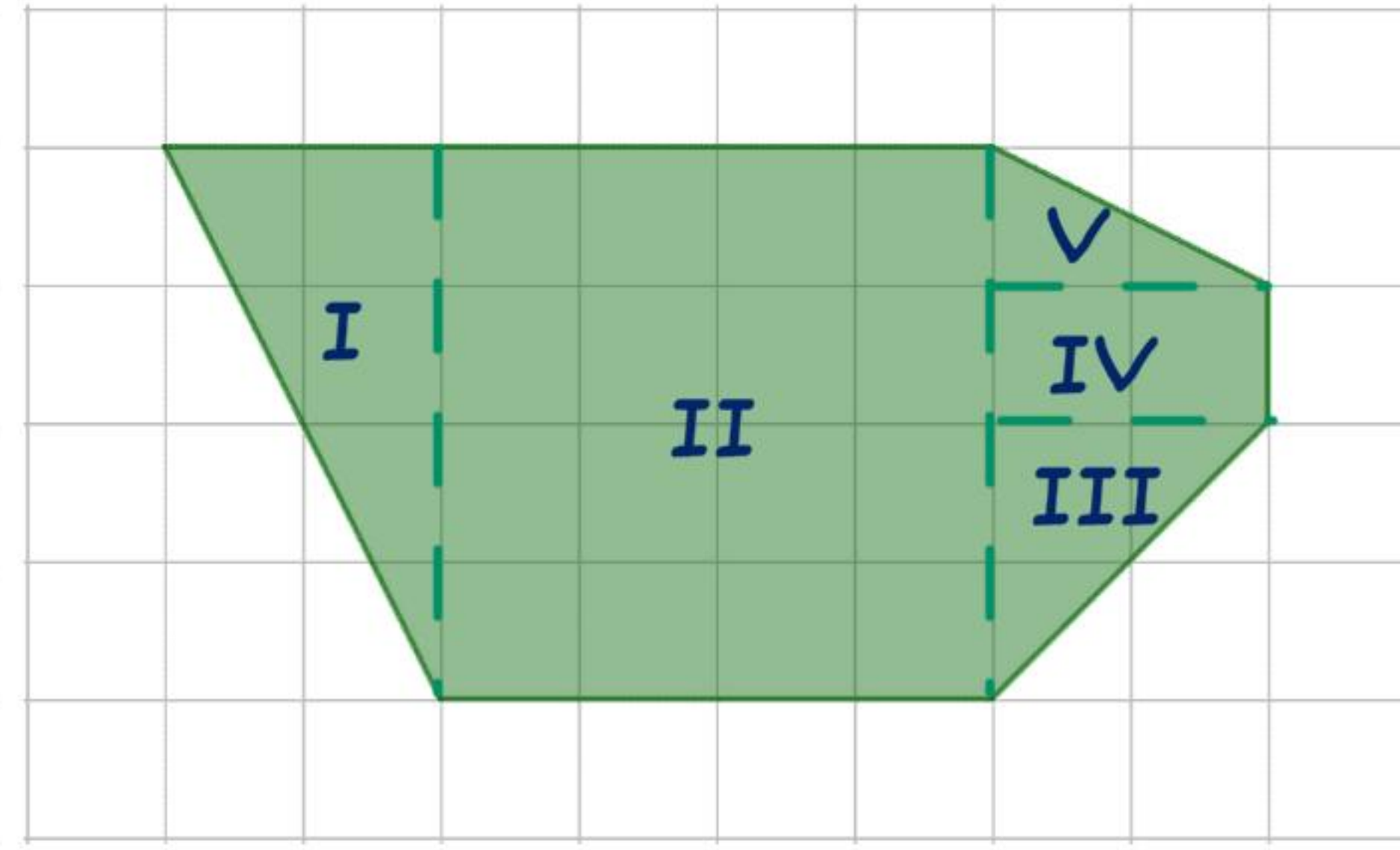


I en III hebben dezelfde vorm
en vormen samen een rechthoek.

$$O(I + III) = 2 \times 4 = 8$$

$$O(II) = 3 \times 4 = 12$$

$$O(\text{totaal}) = 8 + 12 = 20 \text{ cm}^2$$

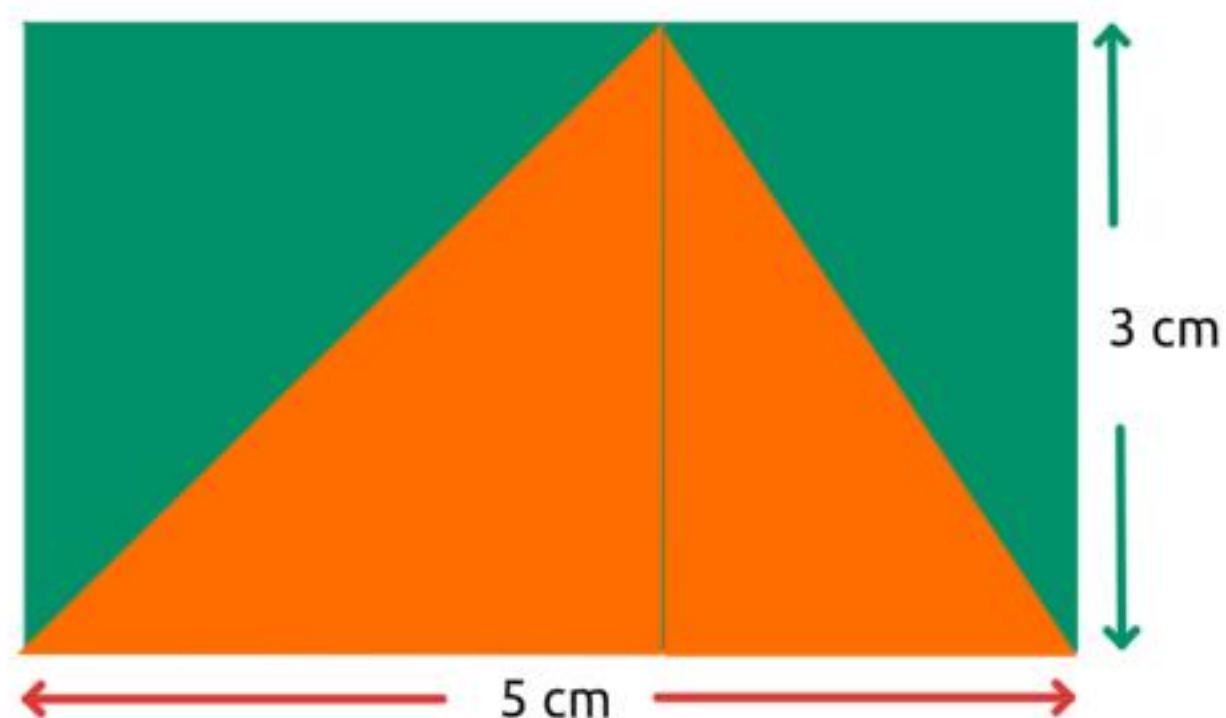


$$\left. \begin{array}{l} O(I) = 2 \times 4 : 2 = 4 \\ O(II) = 4 \times 4 = 16 \\ O(III) = 2 \times 2 : 2 = 2 \\ O(IV) = 2 \times 1 = 2 \\ O(V) = 2 \times 1 : 2 = 1 \end{array} \right\} O(\text{totaal}) = 25 \text{ cm}^2$$



4

2. De oppervlakte van een driehoek



Om de **oranje driehoek** is een rechthoek getekend. Je ziet nu heel snel dat de **oranje driehoek** twee keer in de rechthoek past.

De oppervlakte van de driehoek is dus de helft van de oppervlakte van de rechthoek.

Dus de oppervlakte van de driehoek is: $0,5 \times 5 \times 3 = 7,5 \text{ cm}^2$.

De lengte van de rechthoek (5 cm) is de lengte van één van de zijden van de driehoek. De breedte van de rechthoek noemen we de hoogte van de driehoek.

Om de oppervlakte van een driehoek te berekenen, kunnen we daarom onderstaande formule gebruiken.

Klik hier voor de animatie.



Oppervlakte driehoek = $0,5 \times \text{zijde} \times \text{hoogte}$

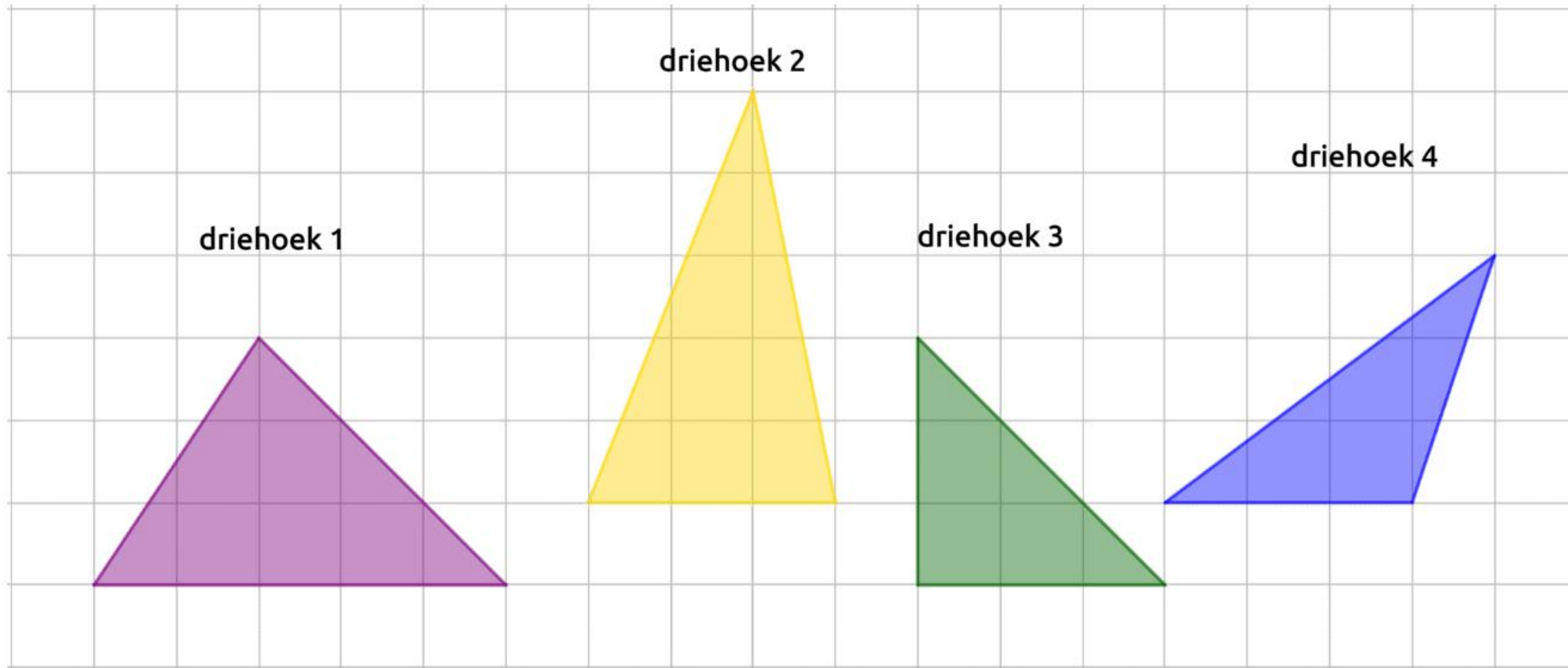




Opdrachten

6

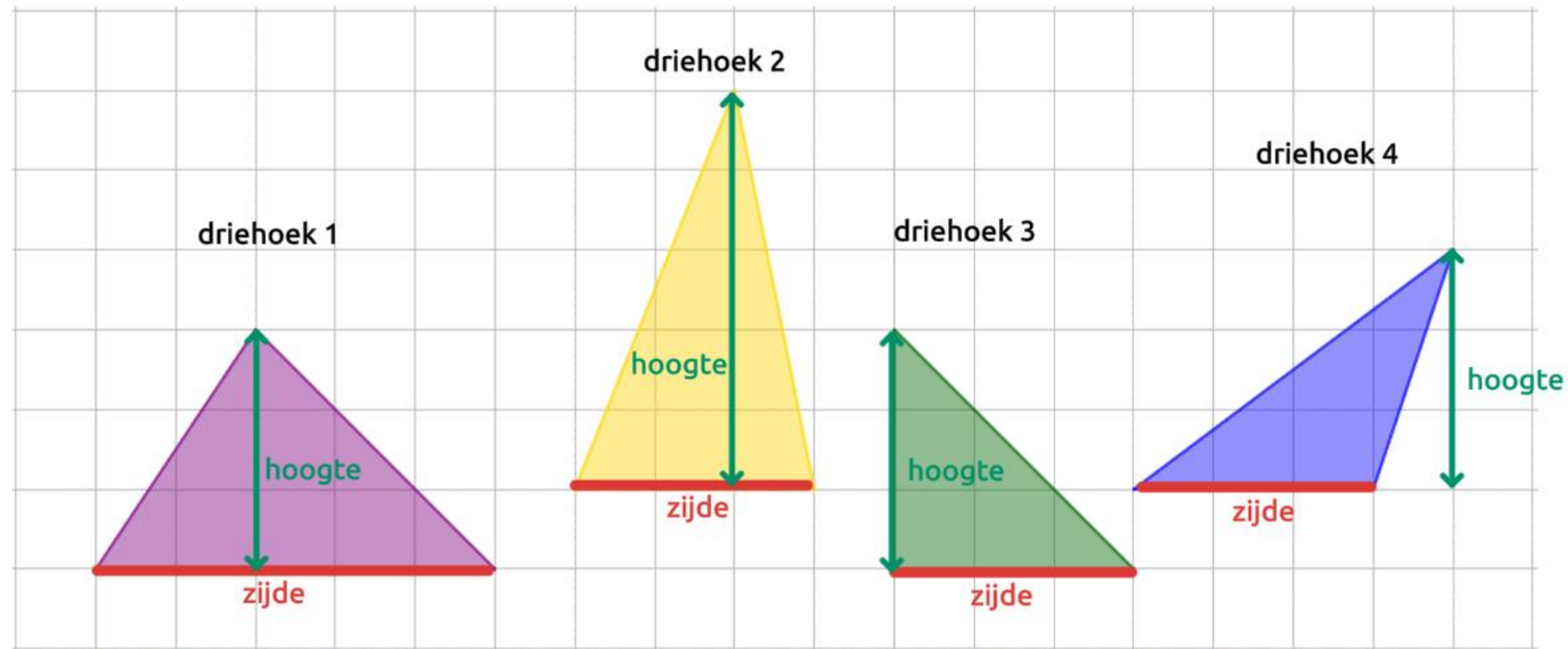
Bereken de oppervlakte van onderstaande driehoeken. Ga er van uit dat een rooster-vierkantje de afmetingen 1 cm bij 1 cm heeft.





Uitwerkingen

6



$$O(\text{driehoek 1}) = 0,5 \times 6 \times 3 \\ = 9 \text{ cm}^2$$

$$O(\text{driehoek 2}) = 0,5 \times 3 \times 5 \\ = 7,5 \text{ cm}^2$$

$$O(\text{driehoek 3}) = 0,5 \times 3 \times 3 \\ = 4,5 \text{ cm}^2$$

$$O(\text{driehoek 4}) = 0,5 \times 3 \times 3 \\ = 4,5 \text{ cm}^2$$

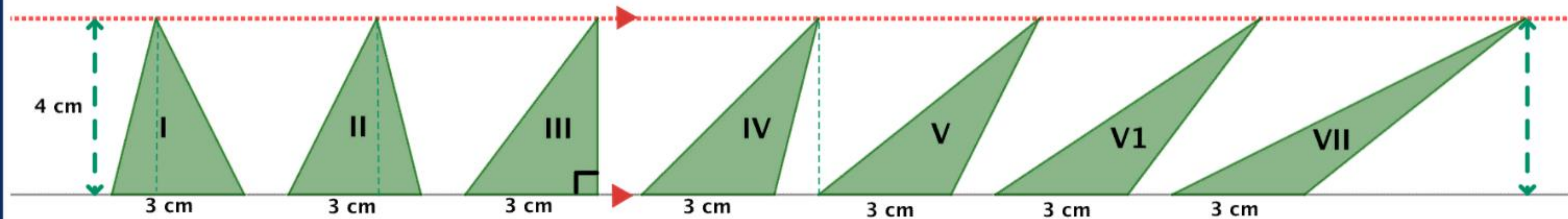
Terug



Onderzoek

Onderstaande driehoeken hebben allemaal een zijde van 3 cm. Vergelijk de oppervlakte van deze driehoeken met elkaar.

Wat valt je op?



De hoogte van alle driehoeken is gelijk aan 4 cm.

De oppervlakte van elke driehoek is daarom:

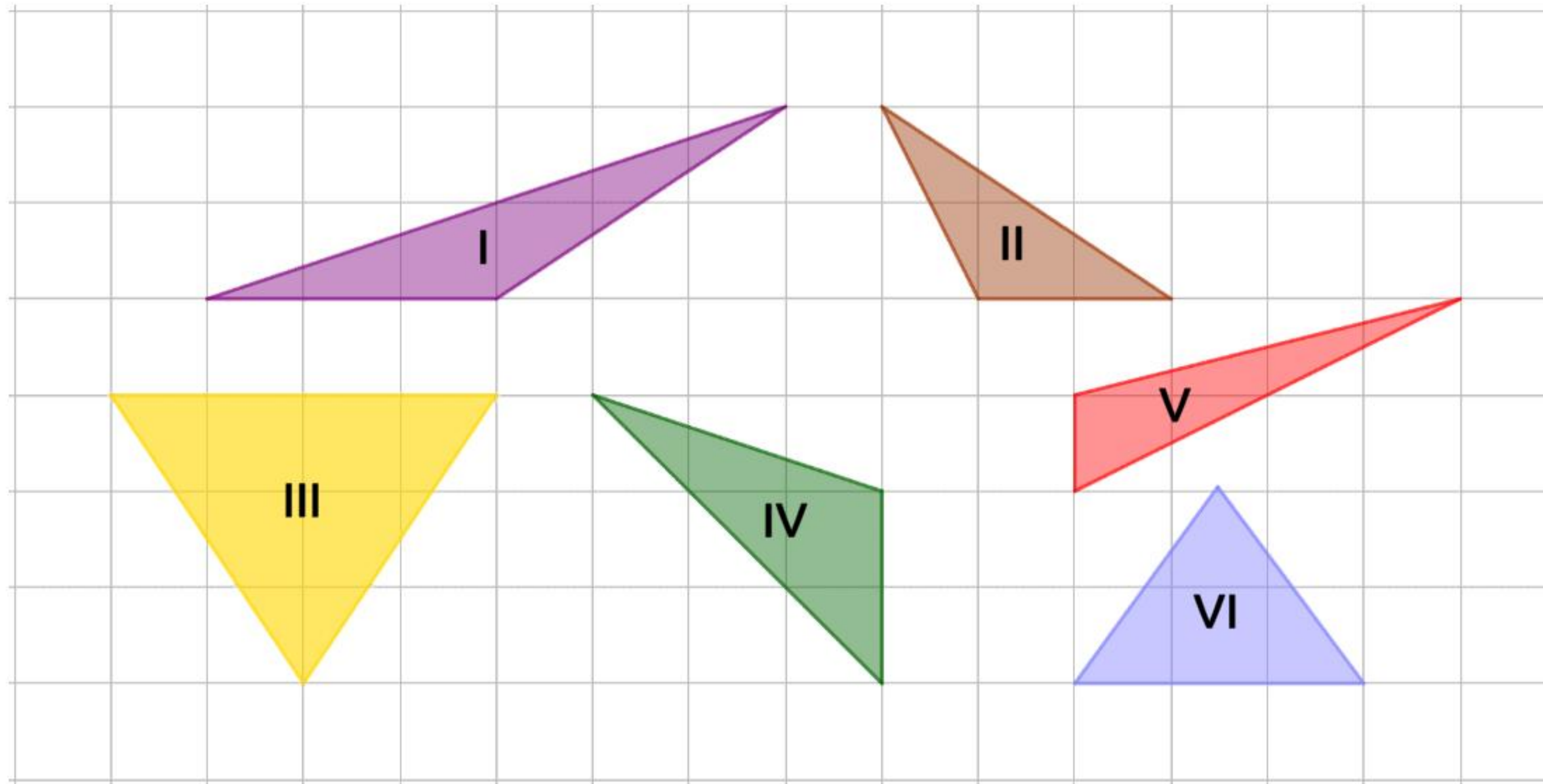
$$O(\text{driehoek}) = 0,5 \times 3 \times 4 = 6 \text{ cm}^2$$



Opdrachten

7

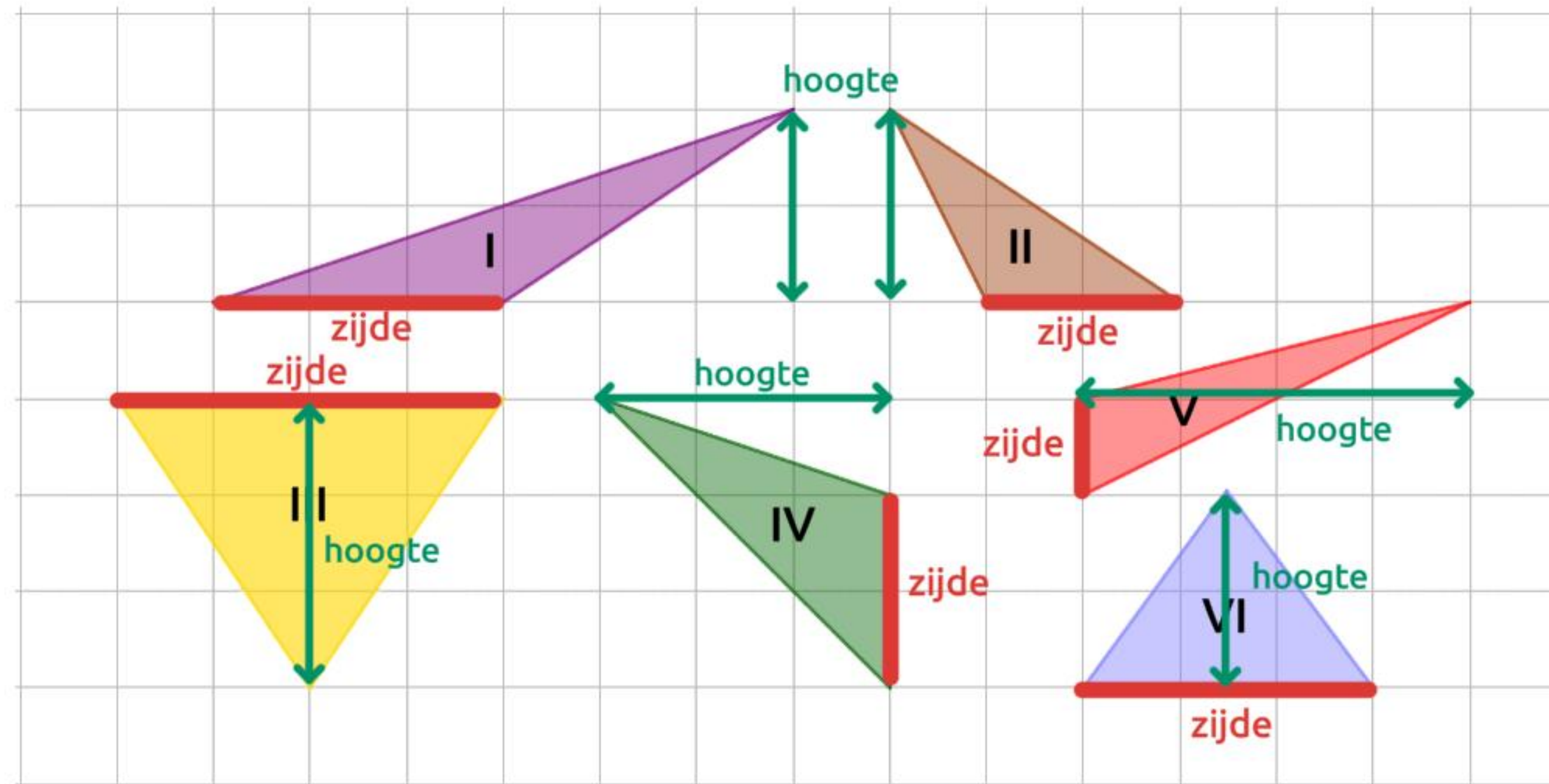
Bereken de oppervlakte van onderstaande driehoeken. Ga er van uit dat een rooster-vierkantje de afmetingen 1 cm bij 1 cm heeft.





Uitwerkingen

7



$$\begin{aligned} O(I) &= 0,5 \times 3 \times 2 \\ &= 3 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} O(II) &= 0,5 \times 2 \times 2 \\ &= 2 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} O(III) &= 0,5 \times 4 \times 3 \\ &= 6 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} O(IV) &= 0,5 \times 2 \times 3 \\ &= 3 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

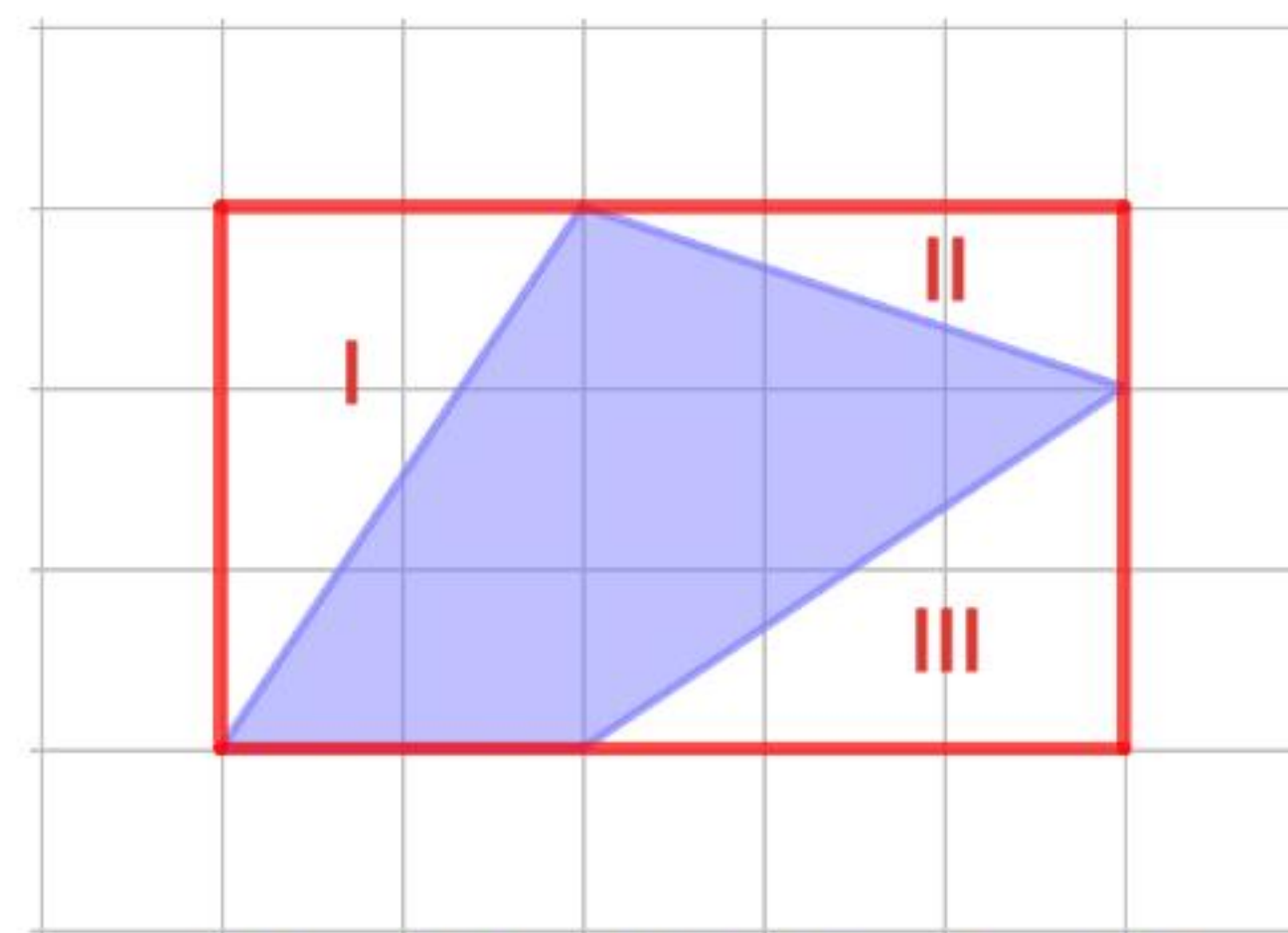
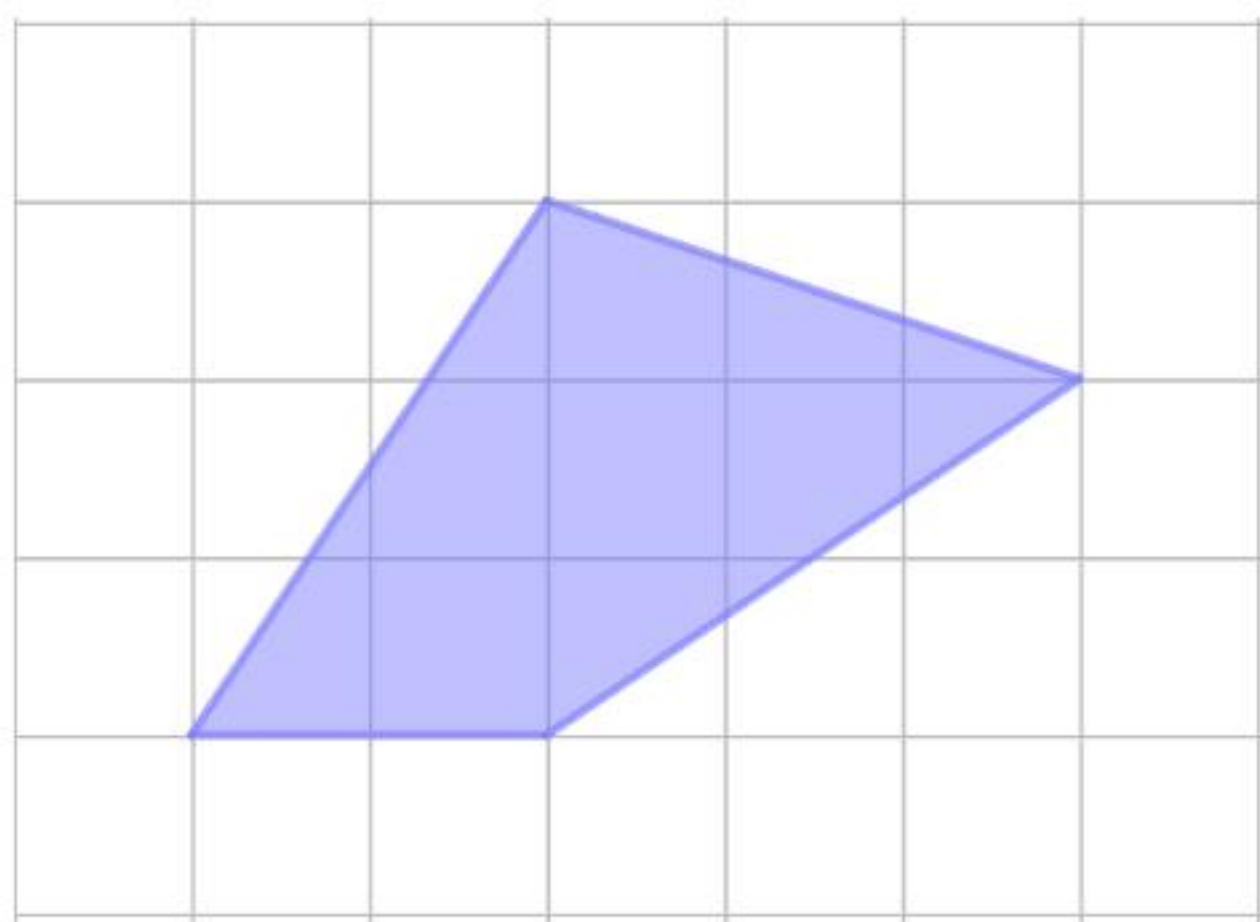
$$\begin{aligned} O(V) &= 0,5 \times 1 \times 4 \\ &= 2 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} O(VI) &= 0,5 \times 3 \times 2 \\ &= 3 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

**4**

3. Figuren 'inlijsten'

Als je de oppervlakte van een onbekende veelhoek wilt berekenen dan kun je deze figuur 'inlijsten' door een rechthoek er omheen te tekenen.



1. Teken een rechthoek om de figuur (inlijsten)
2. Bereken de oppervlakte van de rechthoek en de extra figuren
3. Bereken hiermee de oppervlakte van de onbekende figuur

$$O(\text{rechthoek}) = 5 \times 3 = 15$$

$$O(I) = 0,5 \times 2 \times 3 = 3$$

$$O(II) = 0,5 \times 1 \times 3 = 1,5$$

$$O(III) = 0,5 \times 3 \times 2 = 3$$

$$O(\text{figuur}) = 15 - 3 - 1,5 - 3$$
$$= 7,5 \text{ cm}^2$$

Oplossing

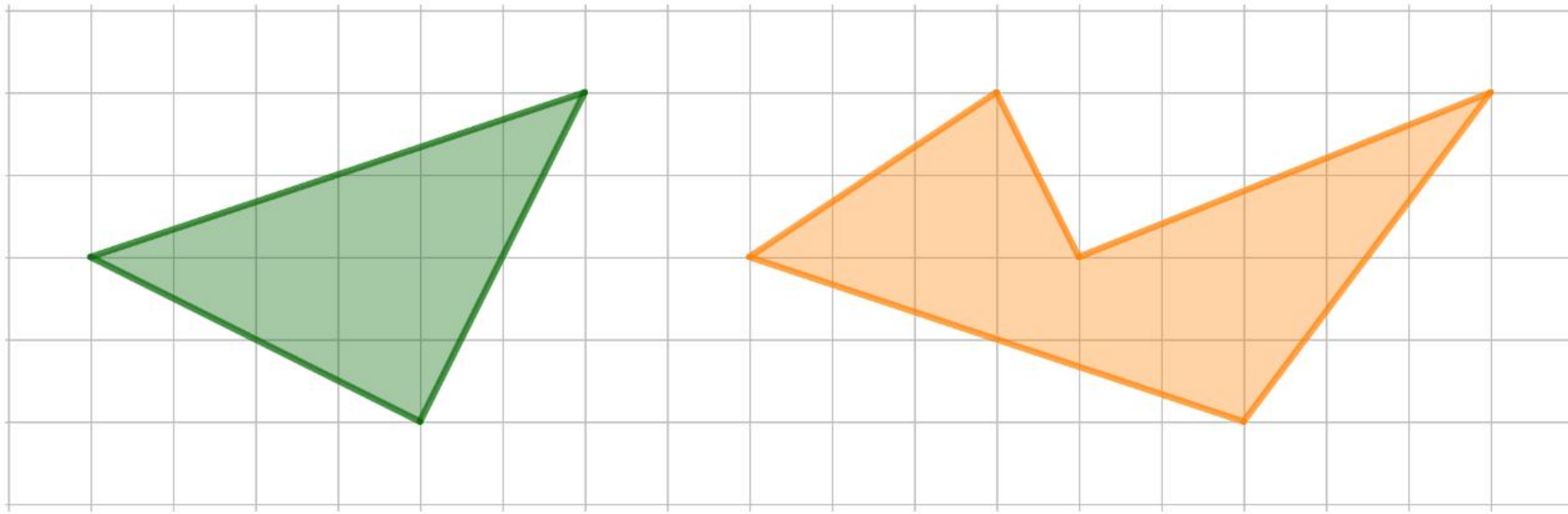




Opdrachten

8

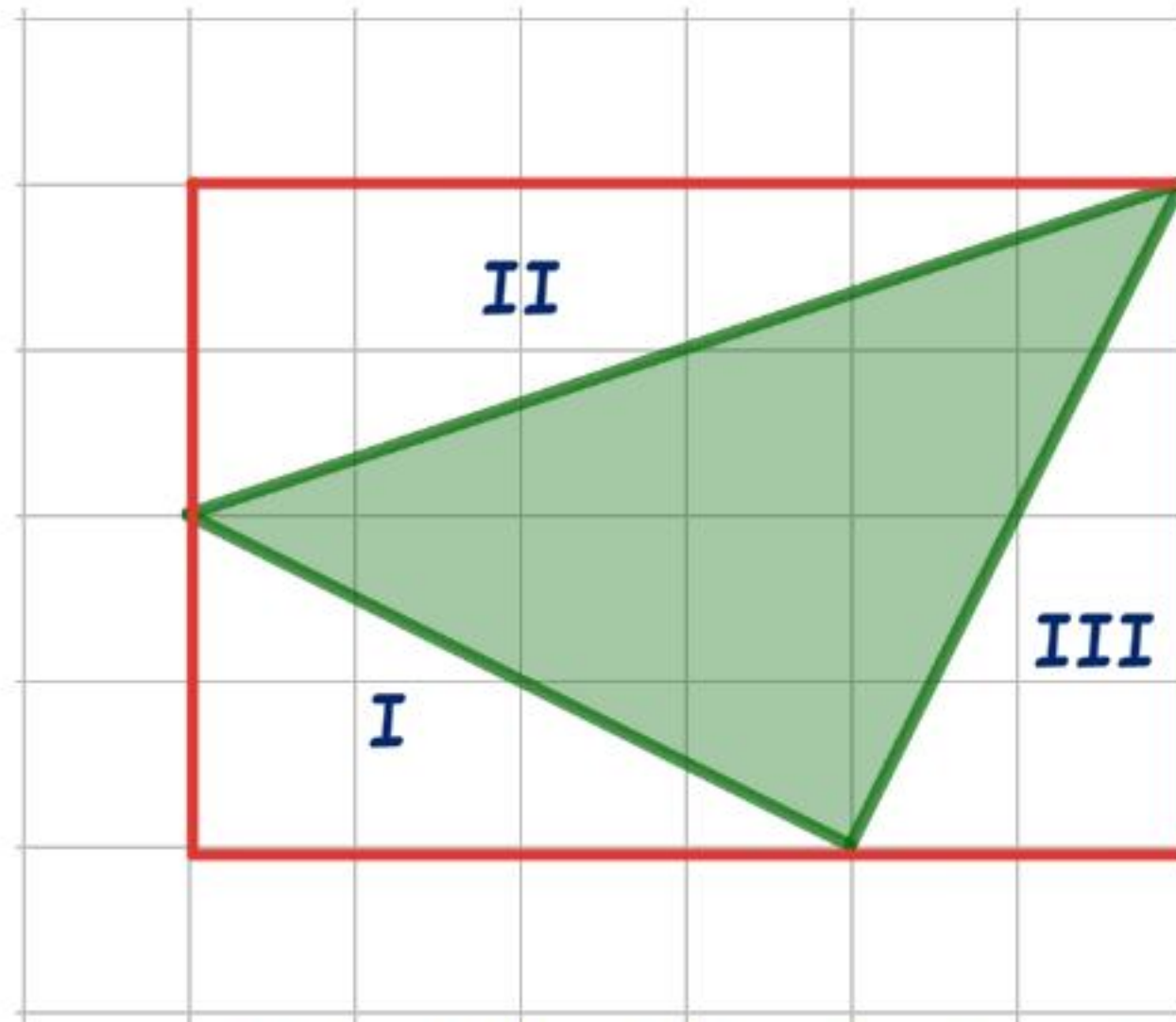
Bereken met behulp van 'inlijsten' de oppervlakte van onderstaande figuren. Ga er van uit dat een rooster-vierkantje de afmetingen 1 cm bij 1 cm heeft.





Uitwerkingen

8



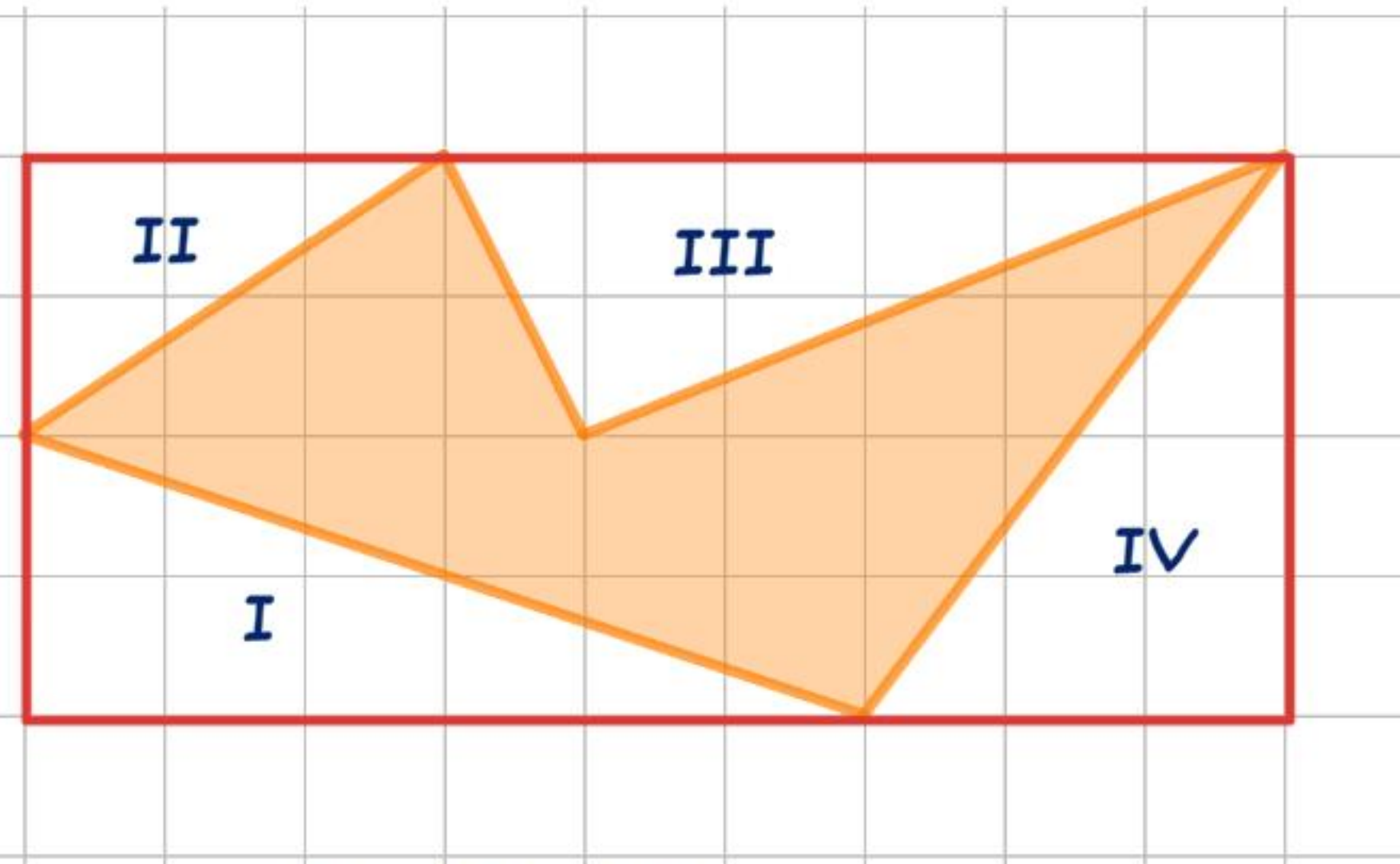
$$O(\text{rechthoek}) = 6 \times 4 = 24$$

$$O(I) = 0,5 \times 4 \times 2 = 4$$

$$O(II) = 0,5 \times 2 \times 6 = 6$$

$$O(III) = 0,5 \times 2 \times 4 = 4$$

$$O(\text{figuur}) = 24 - 4 - 6 - 4 \\ = 10 \text{ cm}^2$$



$$O(\text{rechthoek}) = 9 \times 4 = 36$$

$$O(I) = 0,5 \times 6 \times 2 = 6$$

$$O(II) = 0,5 \times 2 \times 3 = 3$$

$$O(III) = 0,5 \times 6 \times 2 = 6$$

$$O(IV) = 0,5 \times 3 \times 4 = 6$$

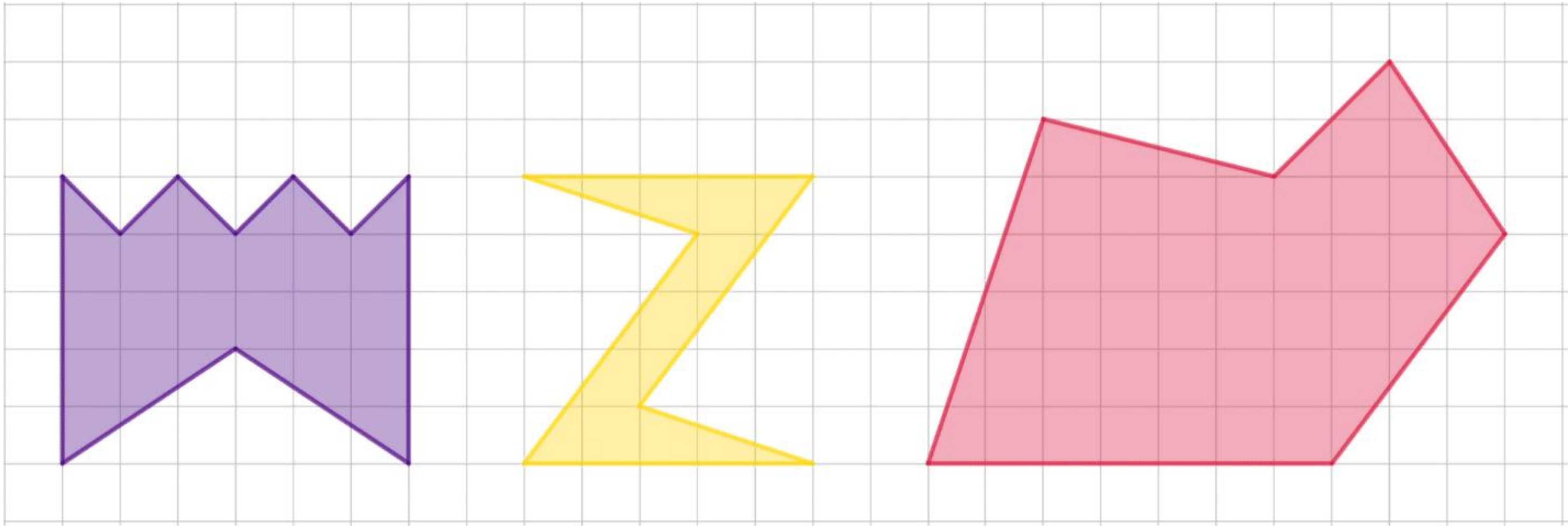
$$O(\text{figuur}) = 15 \text{ cm}^2$$



Opdrachten

9

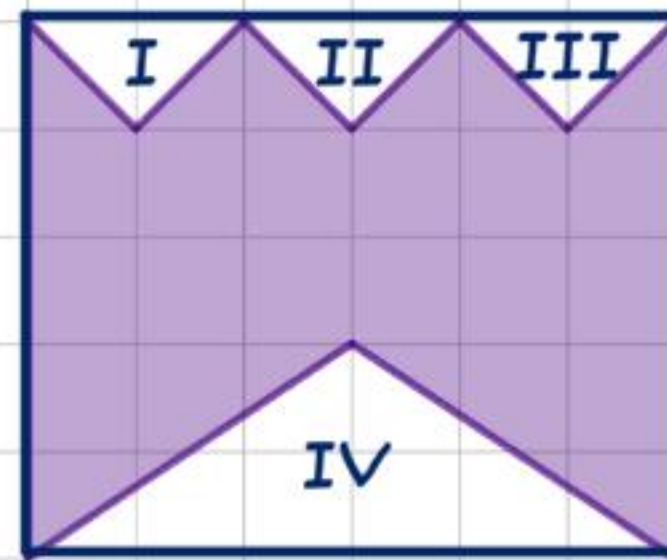
Bereken met behulp van inlijsten de oppervlakte van onderstaande figuren. Ga er van uit dat een rooster-vierkantje de afmetingen 1 cm bij 1 cm heeft.





Uitwerkingen

9



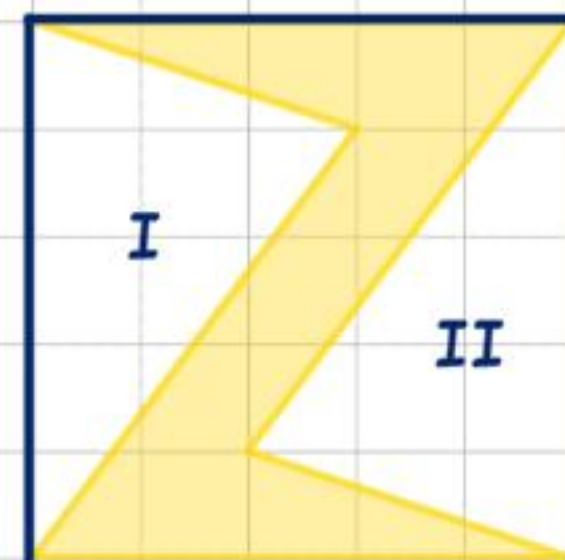
$$O(\text{rechthoek}) = 6 \times 5 = 30$$

$$O(I) = O(II) = O(III)$$

$$= 0,5 \times 2 \times 1 = 1$$

$$O(IV) = 0,5 \times 6 \times 2 = 6$$

$$O(\text{figuur}) = 30 - 3 - 6 = 21 \text{ cm}^2$$

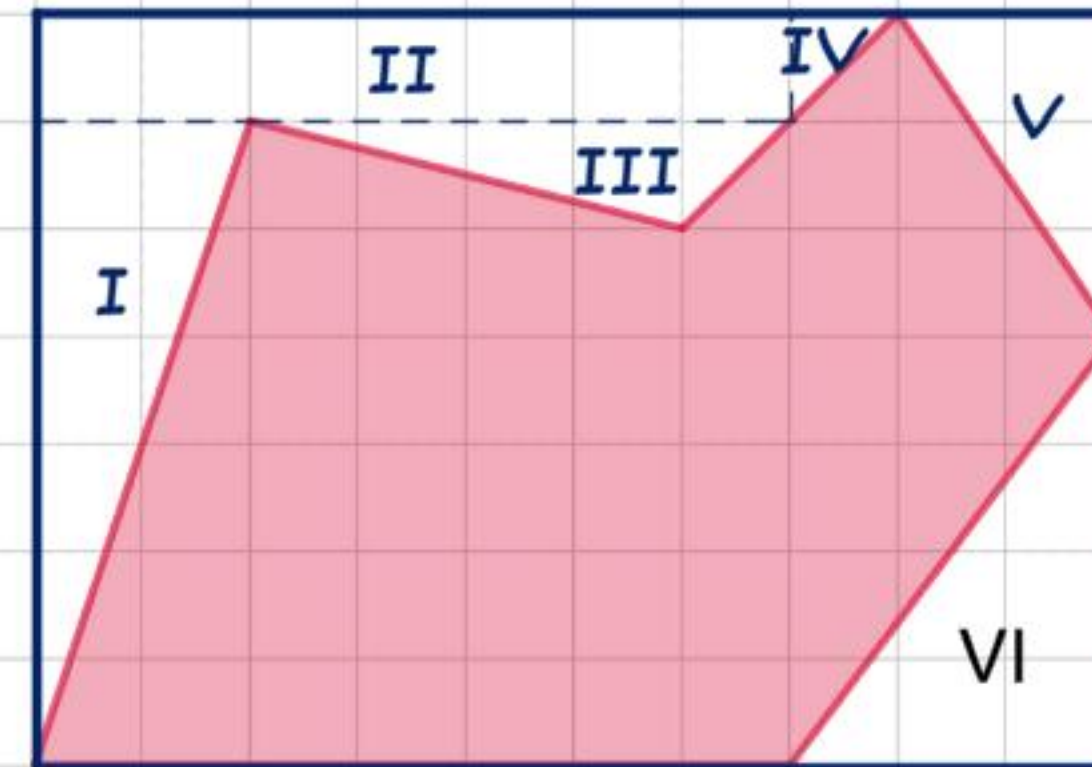


$$O(\text{vierkant}) = 5 \times 5 = 25$$

$$O(I) = 0,5 \times 5 \times 3 = 7,5$$

$$O(II) = 0,5 \times 5 \times 3 = 7,5$$

$$O(\text{figuur}) = 25 - 7,5 - 7,5 = 10 \text{ cm}^2$$



$$O(\text{rechthoek}) = 10 \times 7 = 70$$

$$O(I) = 0,5 \times 6 \times 2 = 6$$

$$O(II) = 7 \times 1 = 7$$

$$O(III) = 0,5 \times 5 \times 1 = 2,5$$

$$O(IV) = 0,5 \times 1 \times 1 = 0,5$$

$$O(V) = 0,5 \times 2 \times 3 = 3$$

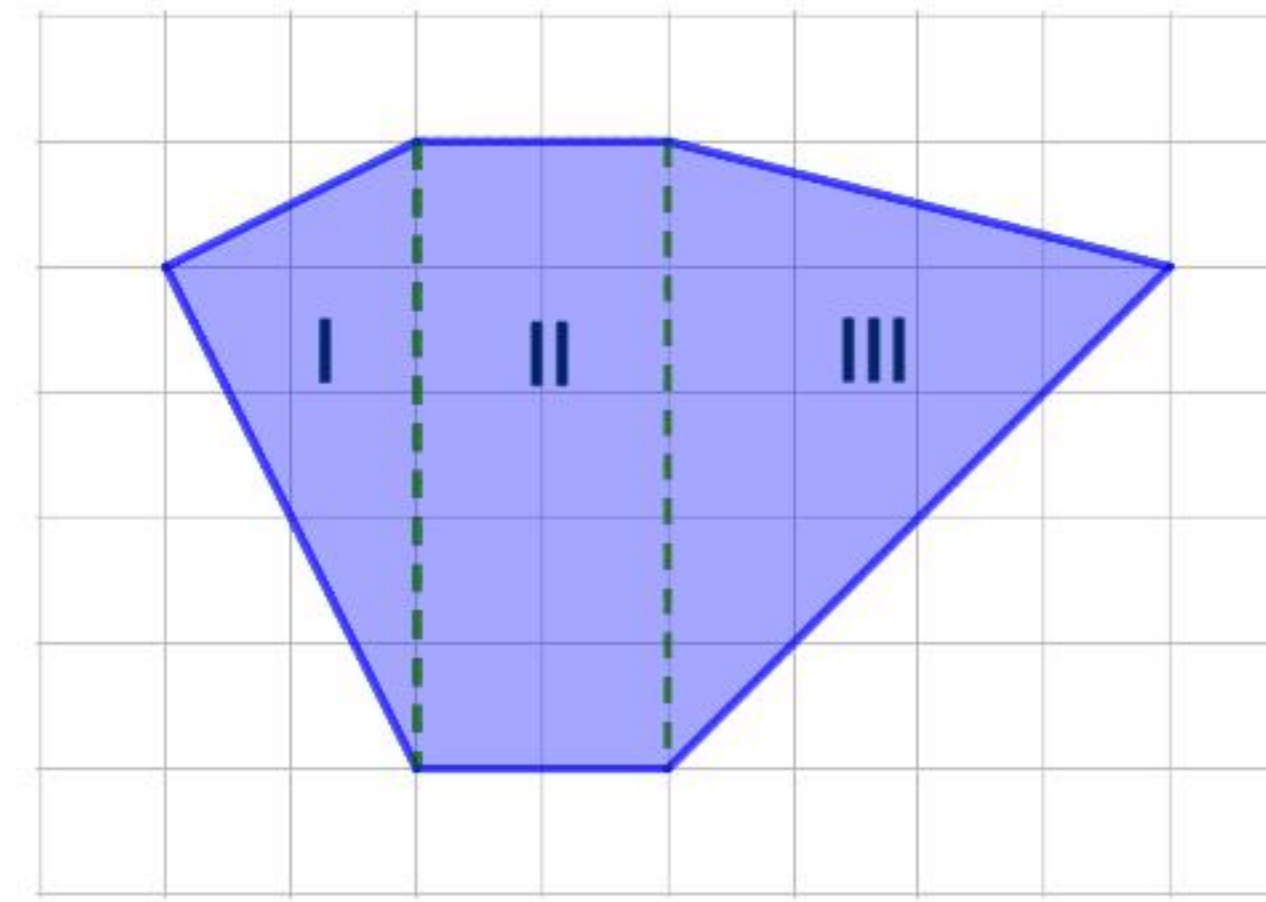
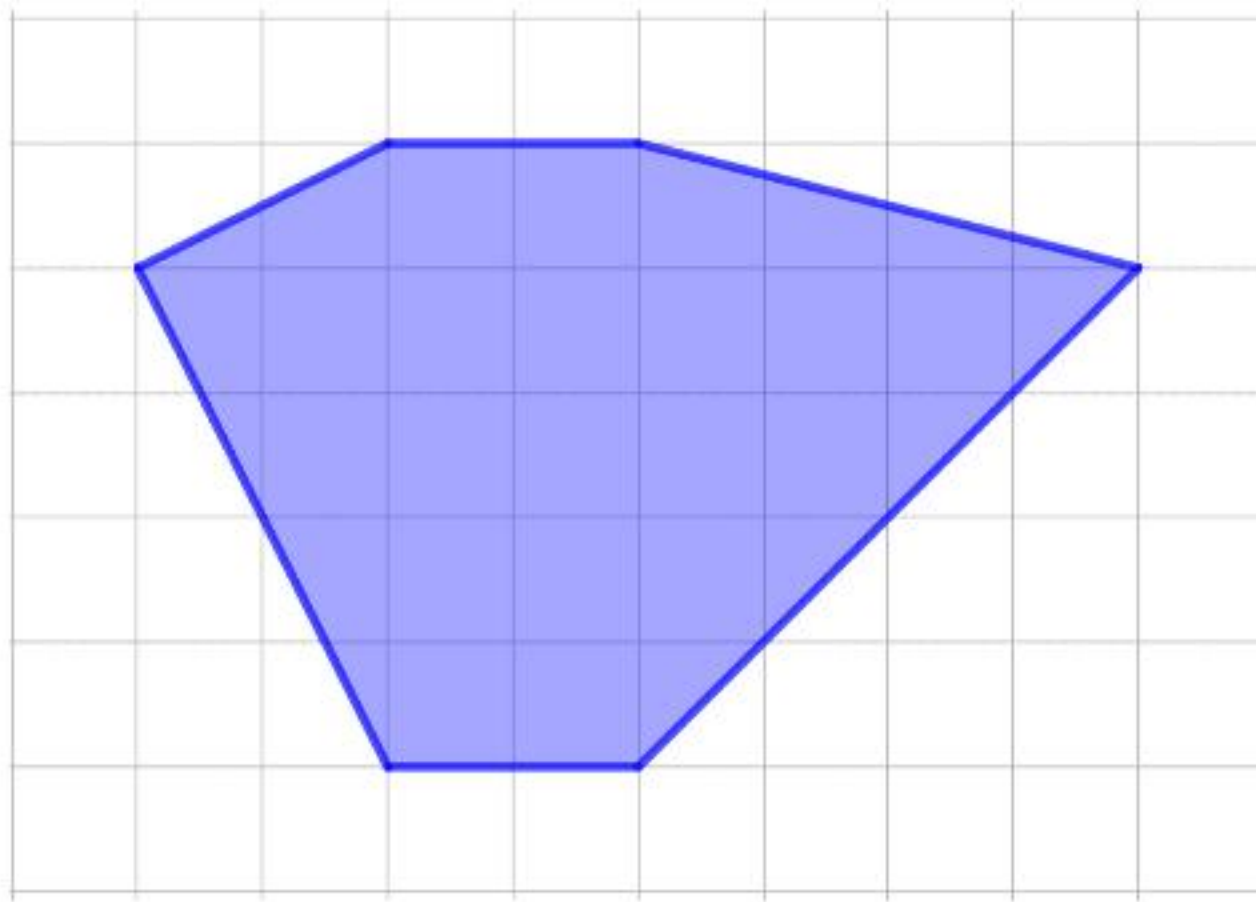
$$O(VI) = 0,5 \times 3 \times 4 = 6$$

$$O(\text{figuur}) = 70 - 6 - 7 - 2,5 - 0,5 - 3 - 6 = 45 \text{ cm}^2$$

**4**

4. Figuren 'opdelen'

Een andere manier om de oppervlakte van een onbekende veelhoek te berekenen, is het 'opdelen' van de figuur in bekende figuren. .



1. Verdeel de figuur op in 'bekende' figuren (rechthoek, driehoek)
2. Bereken de oppervlakte van deze 'bekende' figuren
3. Bereken de oppervlakte van de gevraagde figuur

$$\begin{aligned}O(I) &= 0,5 \times 5 \times 2 = 5 \\O(II) &= 2 \times 5 = 10 \\O(III) &= 0,5 \times 5 \times 4 = 10 \\O(\text{figuur}) &= 5 + 10 + 10 \\&= \mathbf{25 \text{ cm}^2}\end{aligned}$$

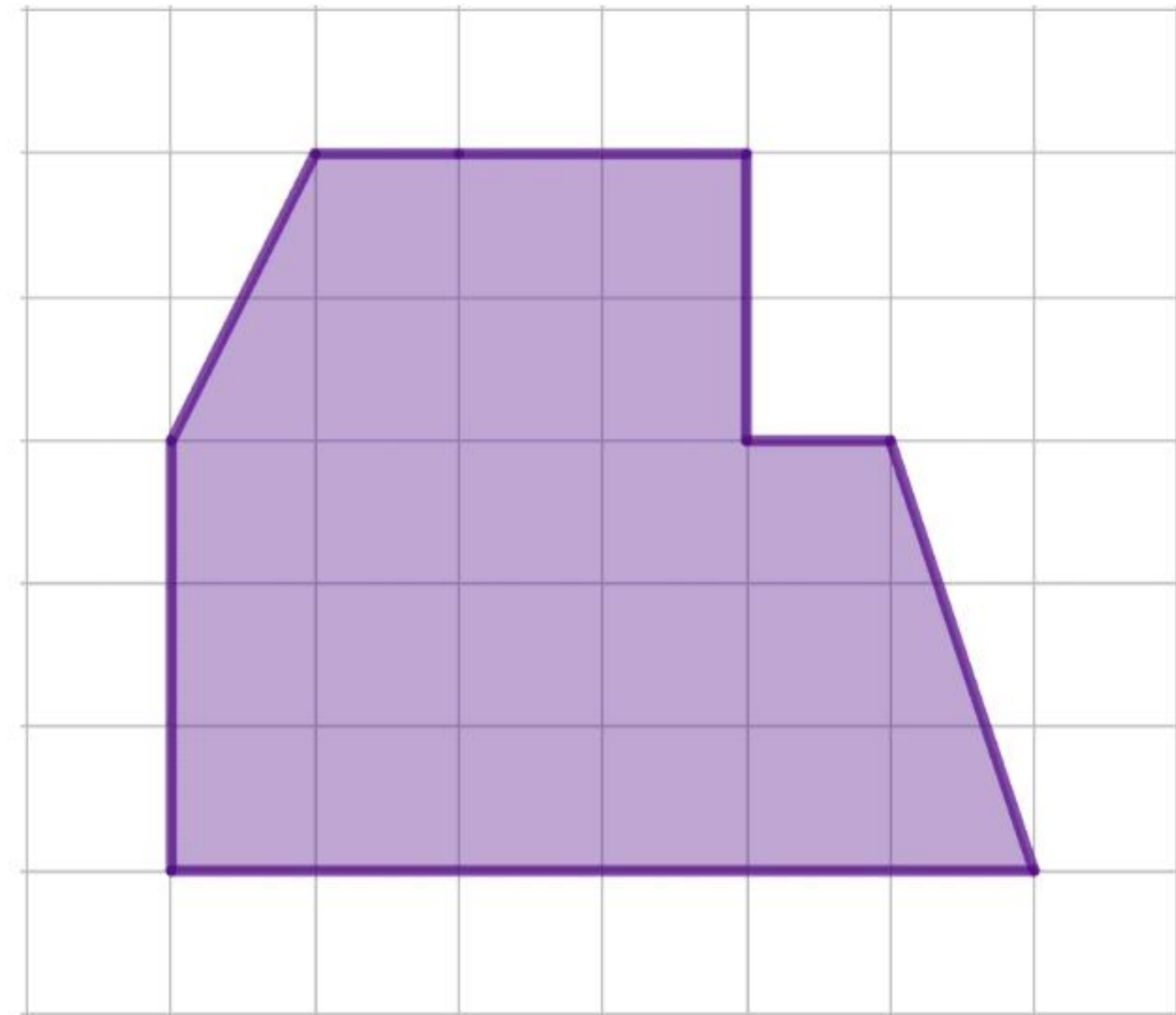
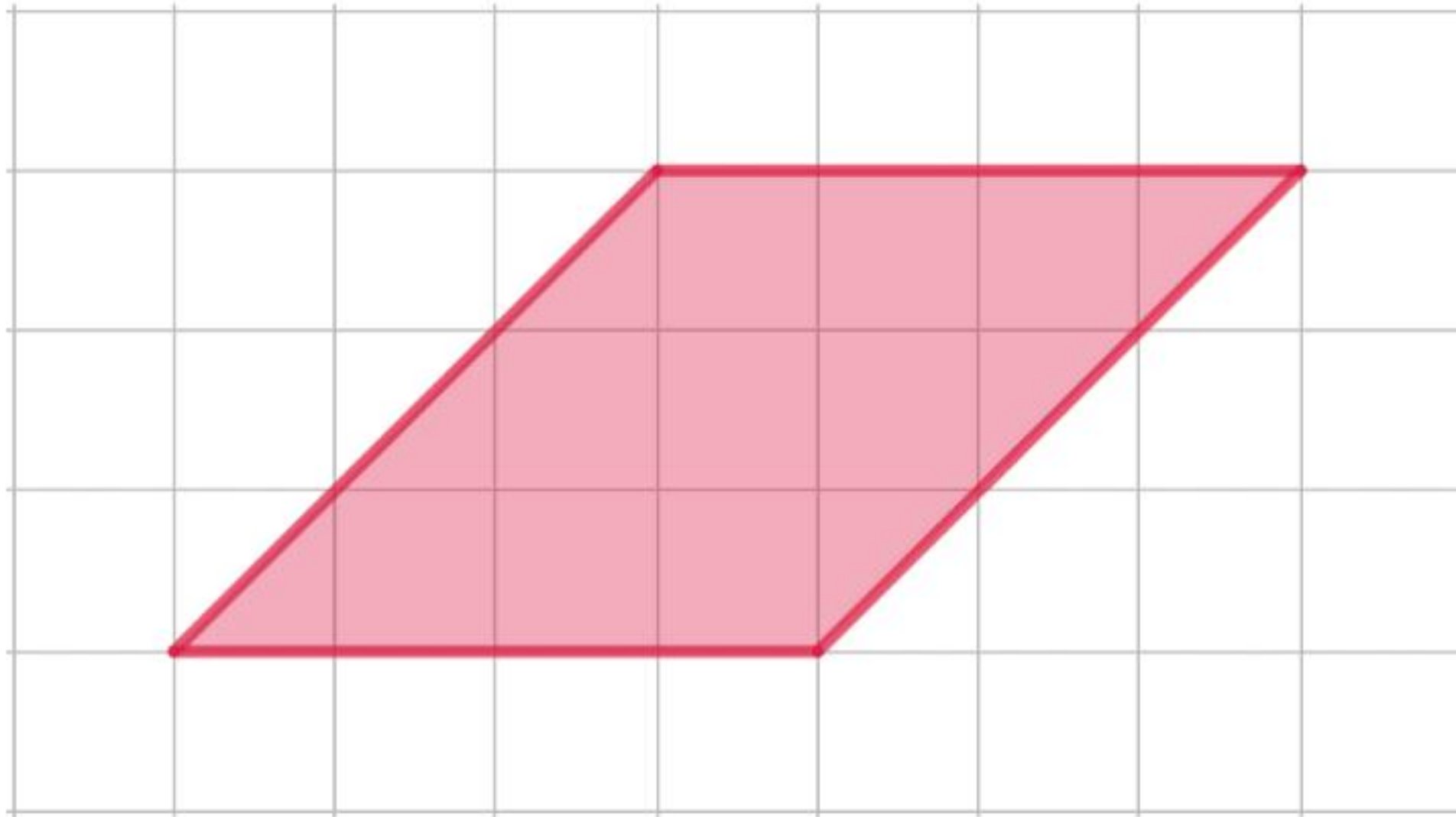
Oplossing





Opdrachten

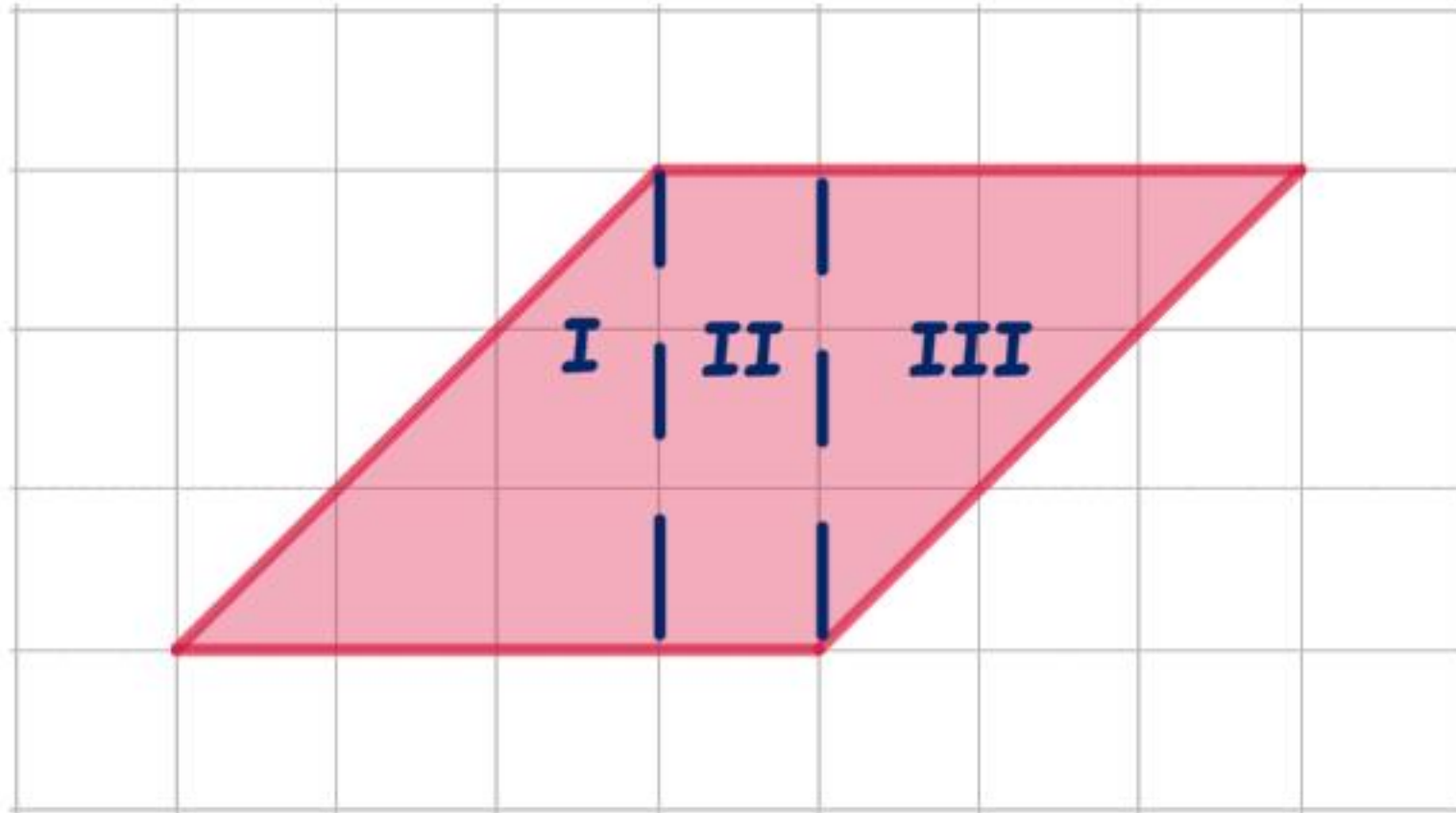
- 10** Bereken met behulp van 'opdelen' de oppervlakte van onderstaande figuren. Ga er van uit dat een rooster-vierkantje de afmetingen 1 cm bij 1 cm heeft.





Uitwerkingen

10

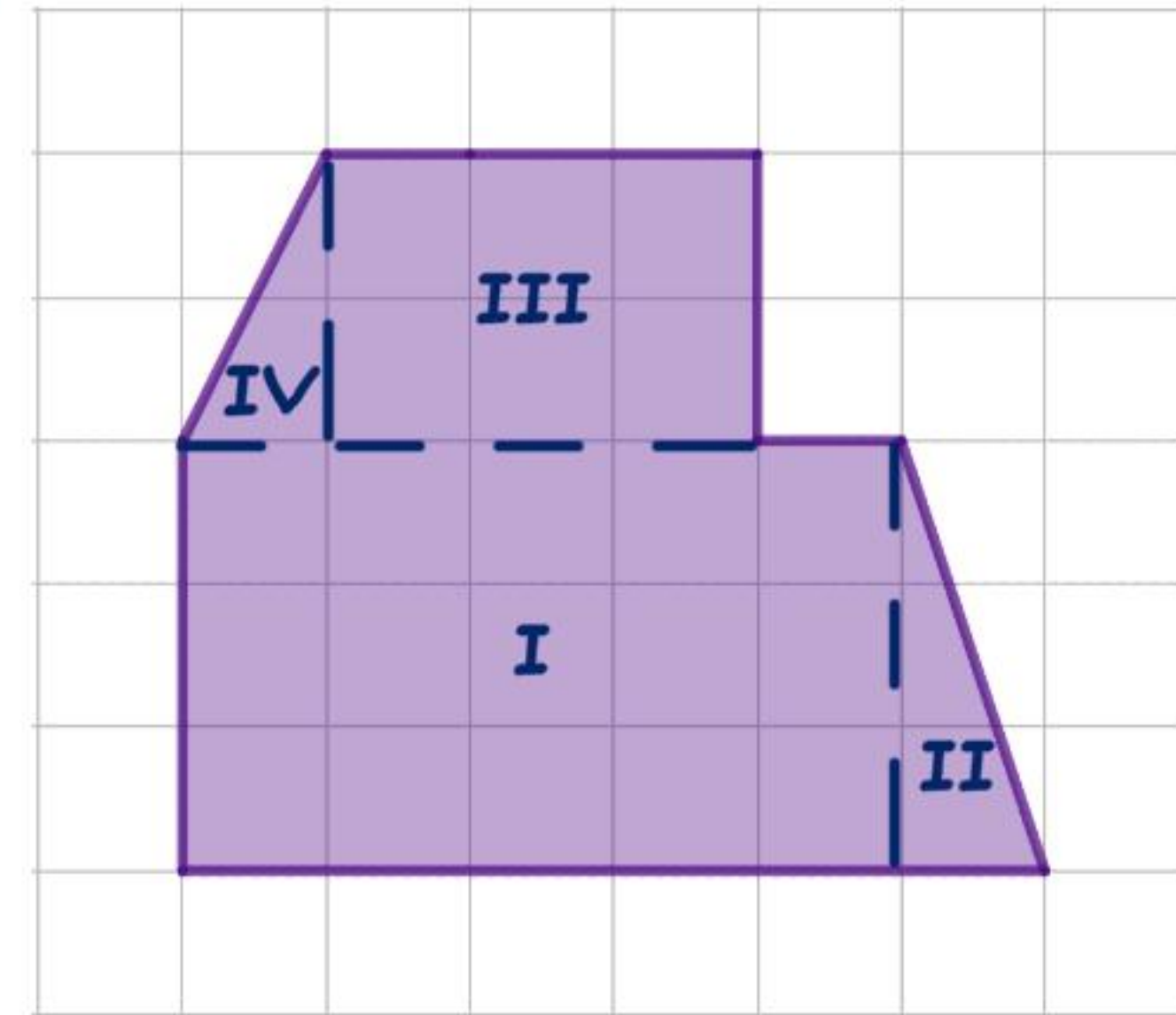


$$O(I) = 0,5 \times 3 \times 3 = 4,5$$

$$O(II) = 1 \times 3 = 3$$

$$O(III) = 0,5 \times 3 \times 3 = 4,5$$

$$O(\text{figuur}) = 4,5 + 3 + 4,5 = 12 \text{ cm}^2$$



$$O(I) = 5 \times 3 = 15$$

$$O(II) = 0,5 \times 1 \times 3 = 1,5$$

$$O(III) = 3 \times 2 = 6$$

$$O(IV) = 0,5 \times 1 \times 2 = 1$$

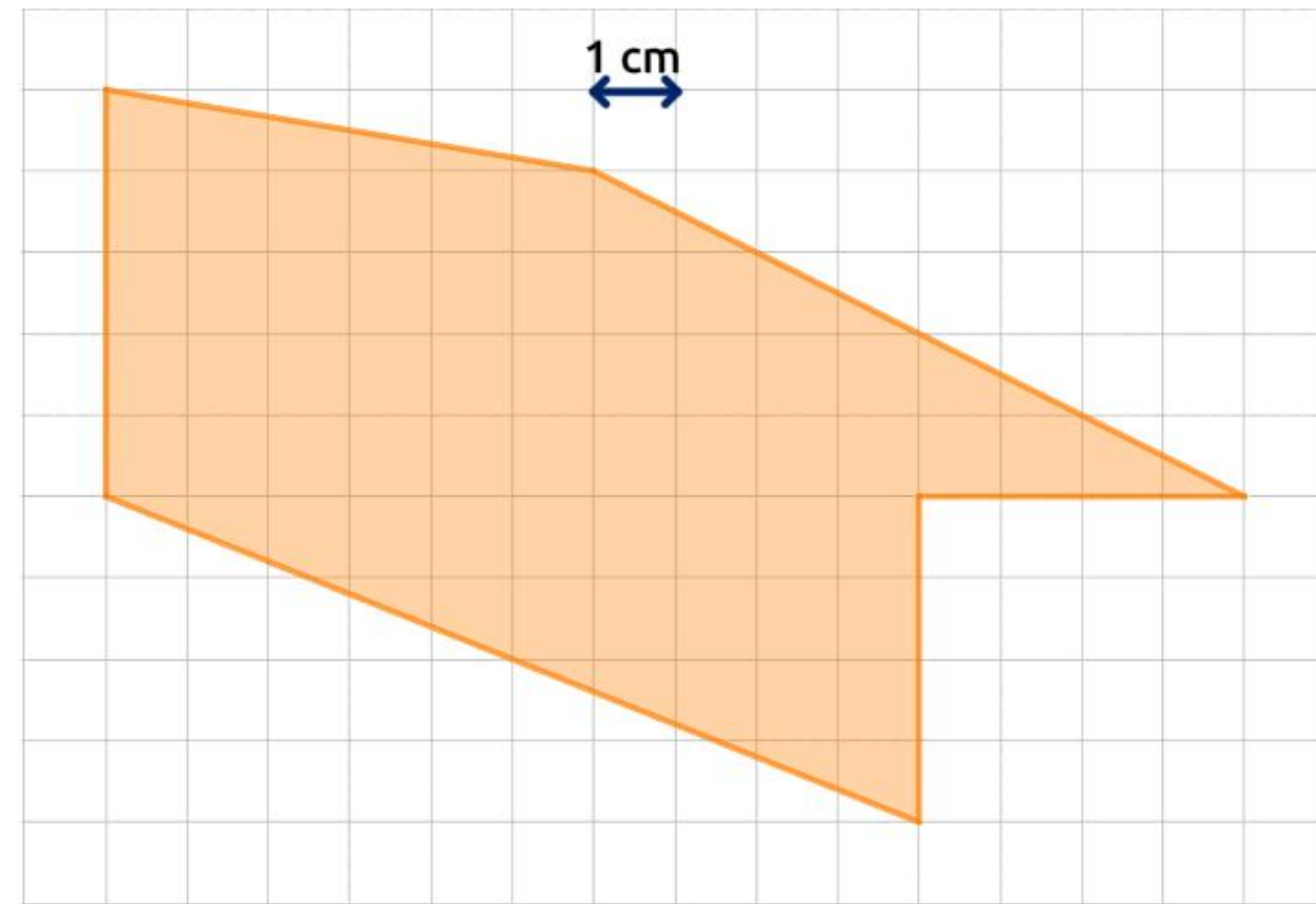
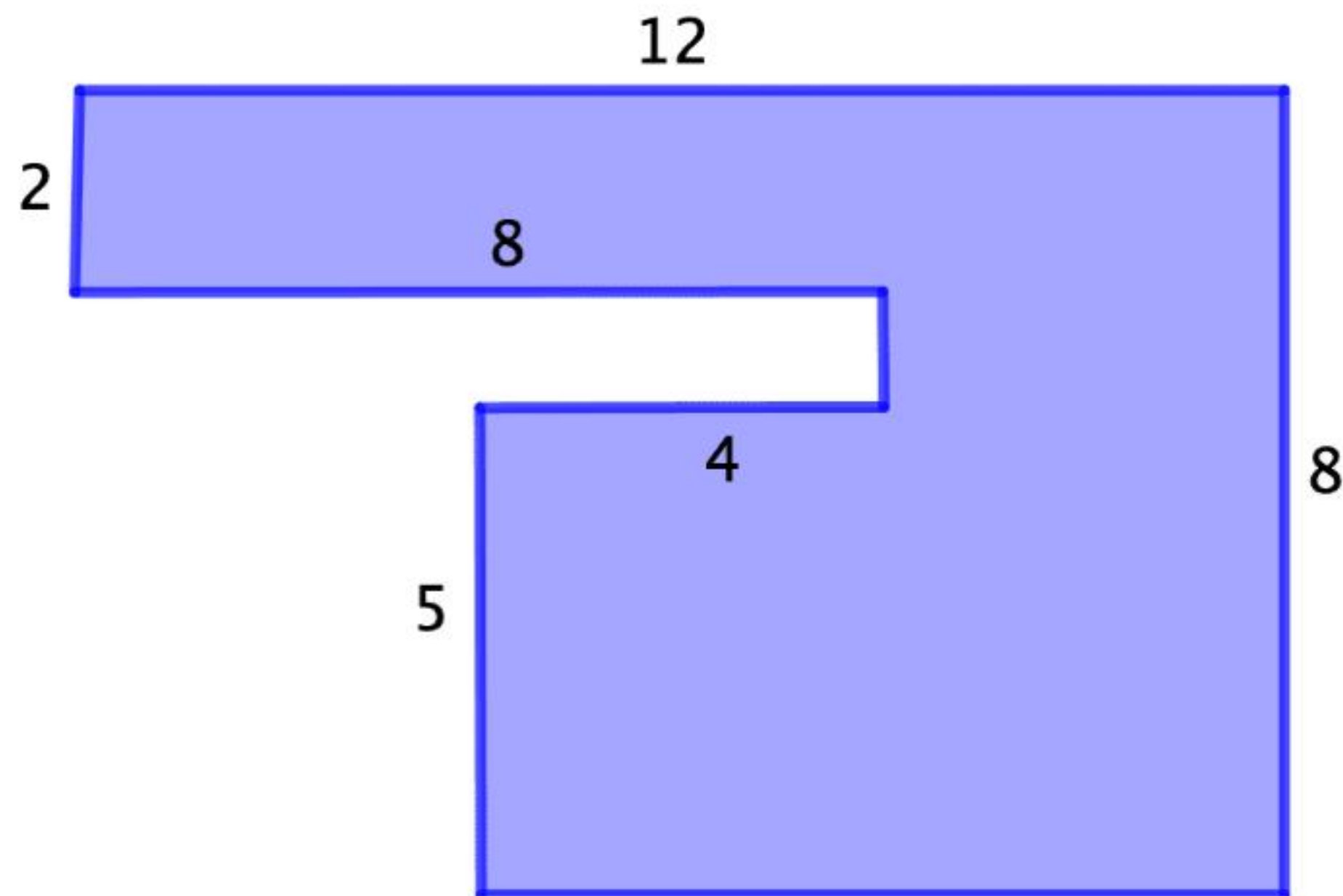
$$O(\text{figuur}) = 15 + 1,5 + 6 + 1 = 23,5 \text{ cm}^2$$



Opdrachten

11

Bereken met behulp van 'opdelen' de oppervlakte van onderstaande figuren.
De afmetingen staan in centimeters.

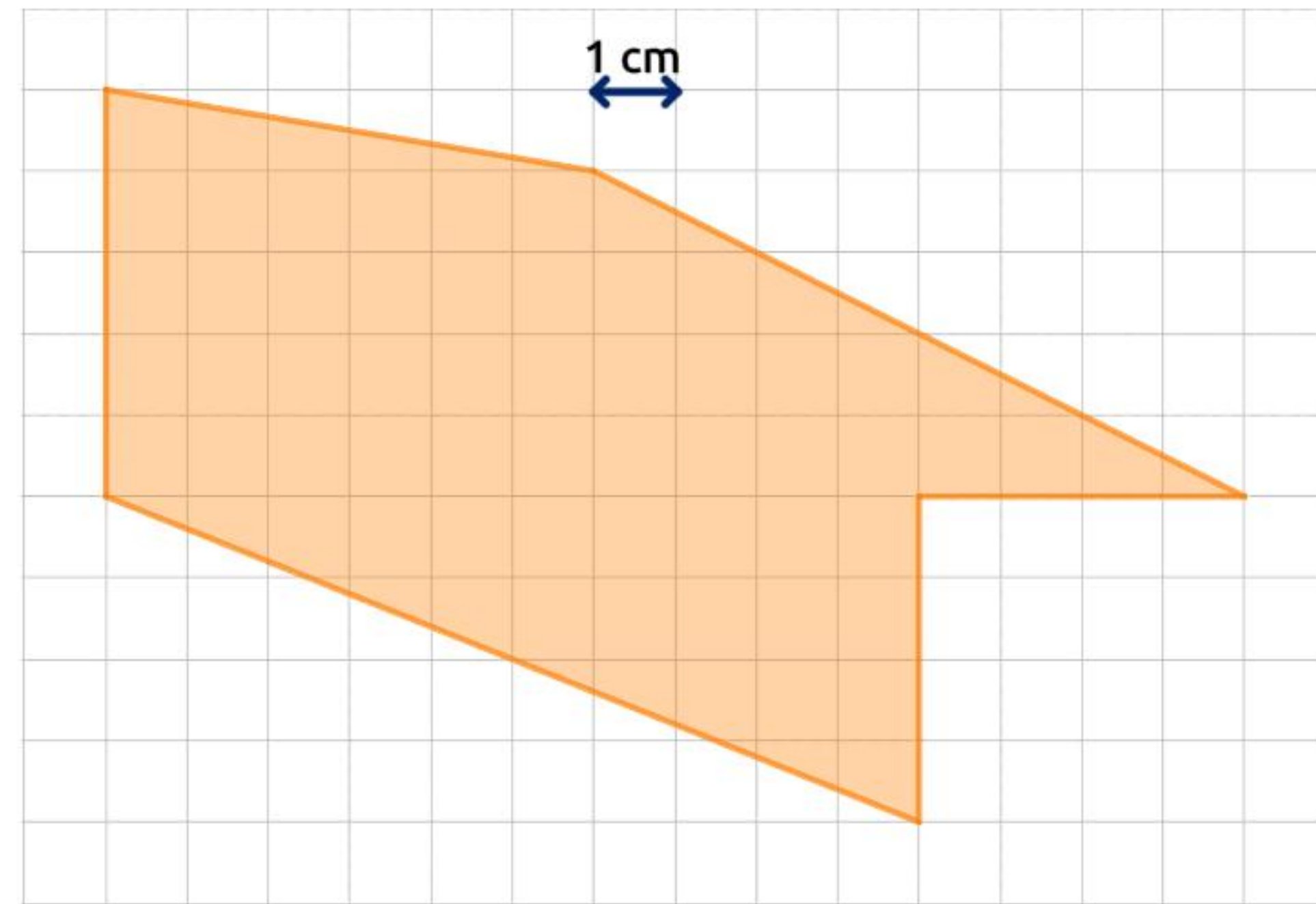
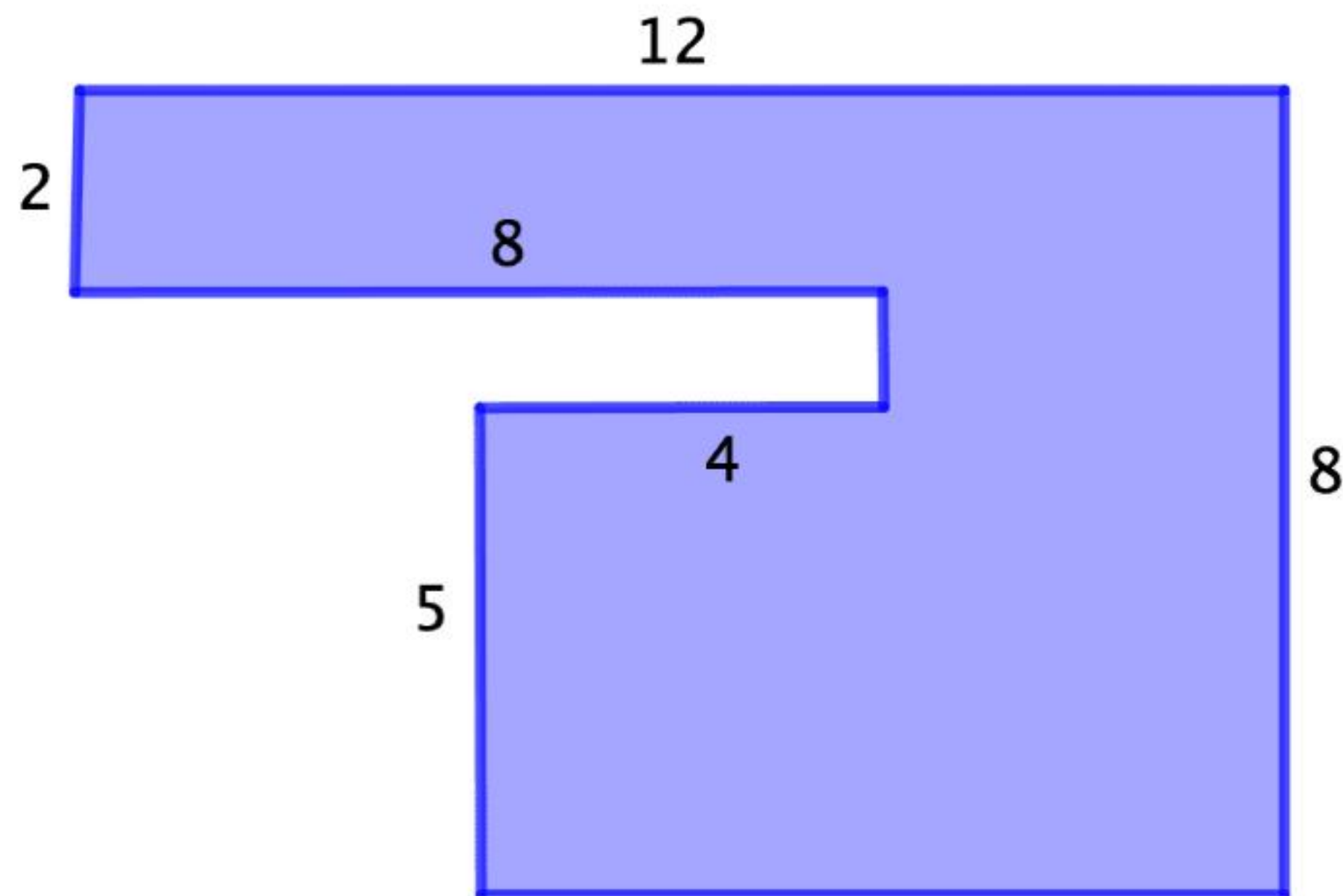




Opdrachten

11

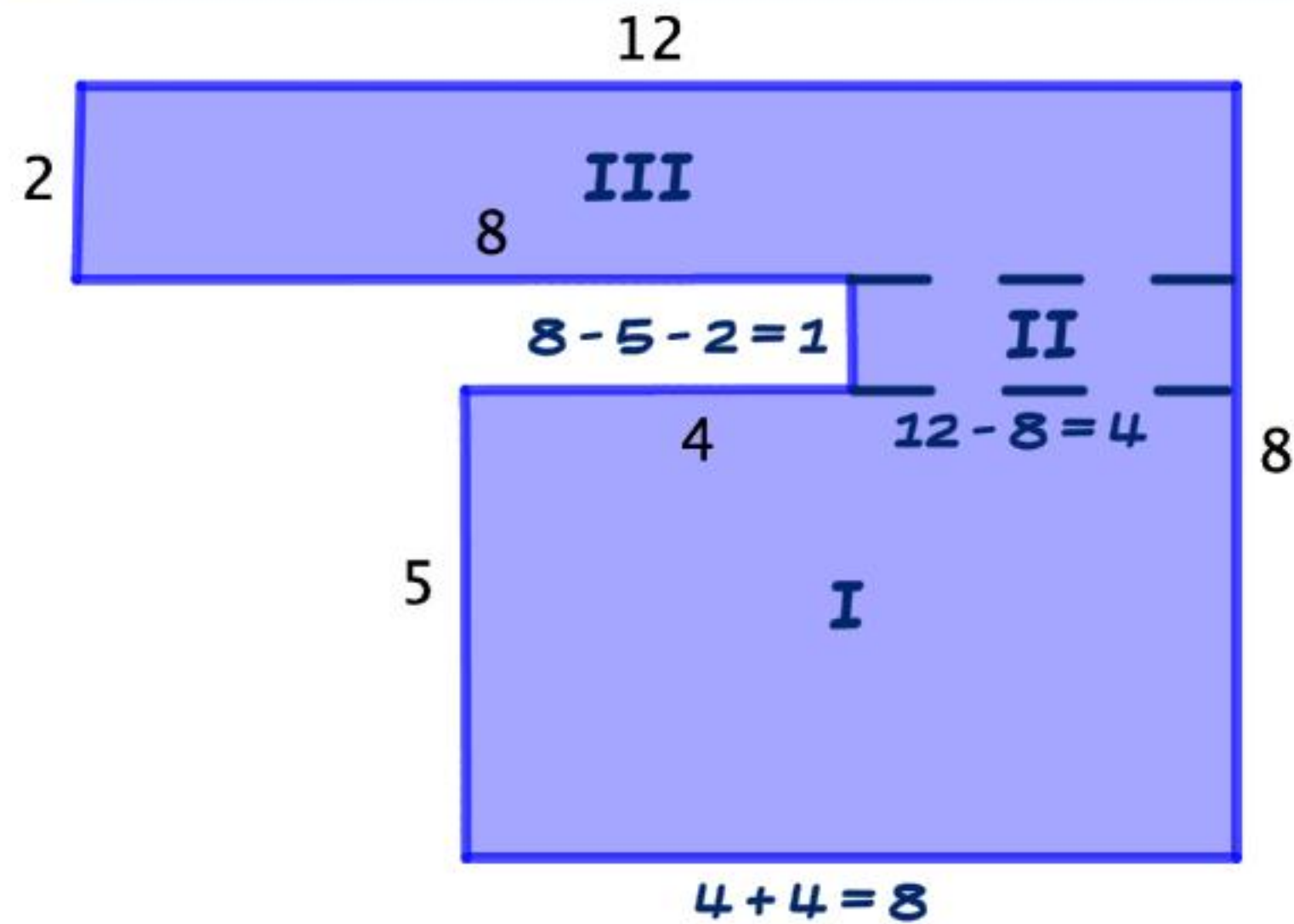
Bereken met behulp van 'opdelen' de oppervlakte van onderstaande figuren.
De afmetingen staan in centimeters.





Uitwerkingen

11

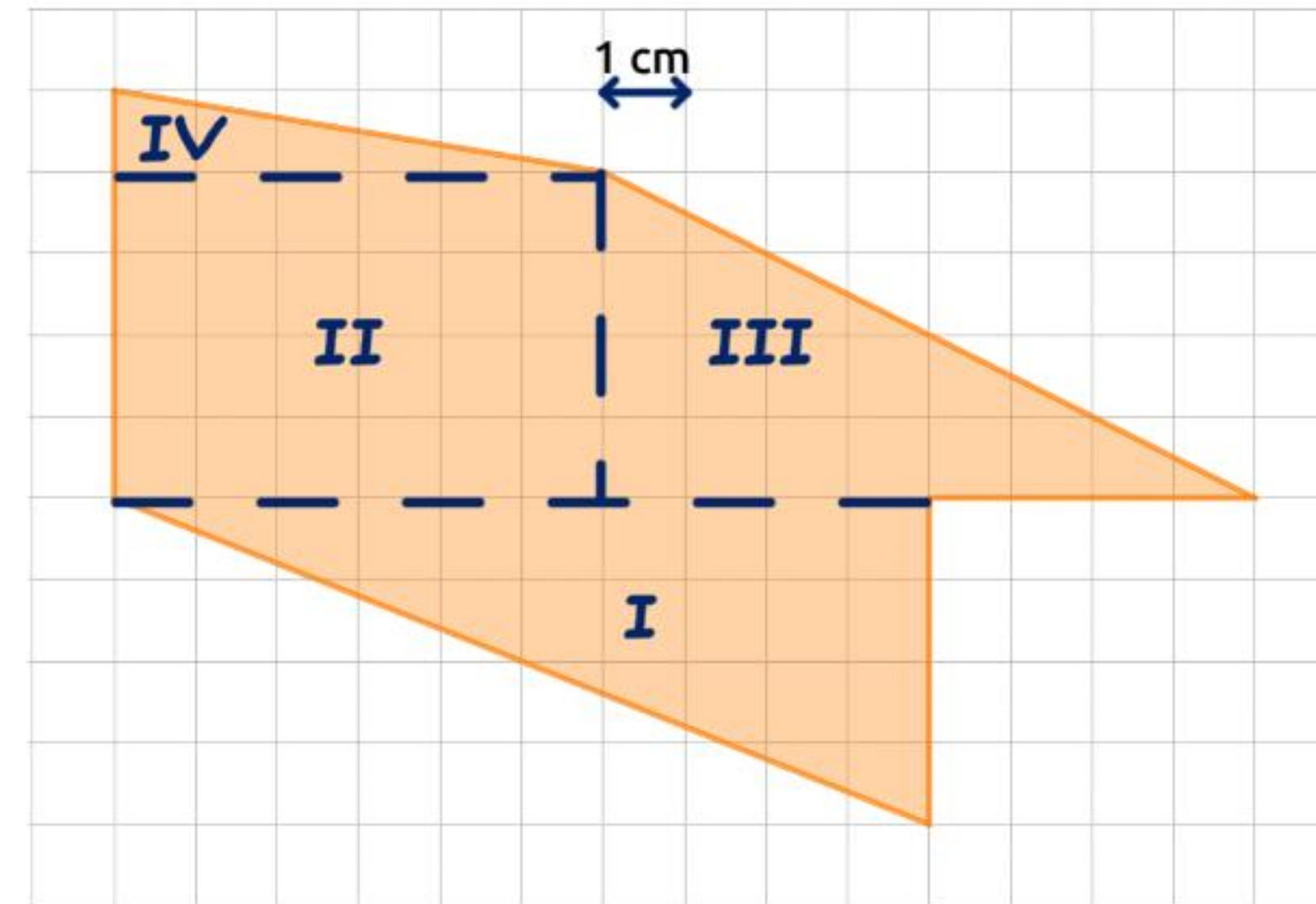


$$O(I) = 8 \times 5 = 40$$

$$O(II) = 4 \times 1 = 4$$

$$O(III) = 12 \times 2 = 24$$

$$O(\text{figuur}) = 40 + 4 + 24 = 68 \text{ cm}^2$$



$$O(I) = 0,5 \times 10 \times 4 = 20$$

$$O(II) = 6 \times 4 = 24$$

$$O(III) = 0,5 \times 8 \times 4 = 16$$

$$O(IV) = 0,5 \times 6 \times 1 = 3$$

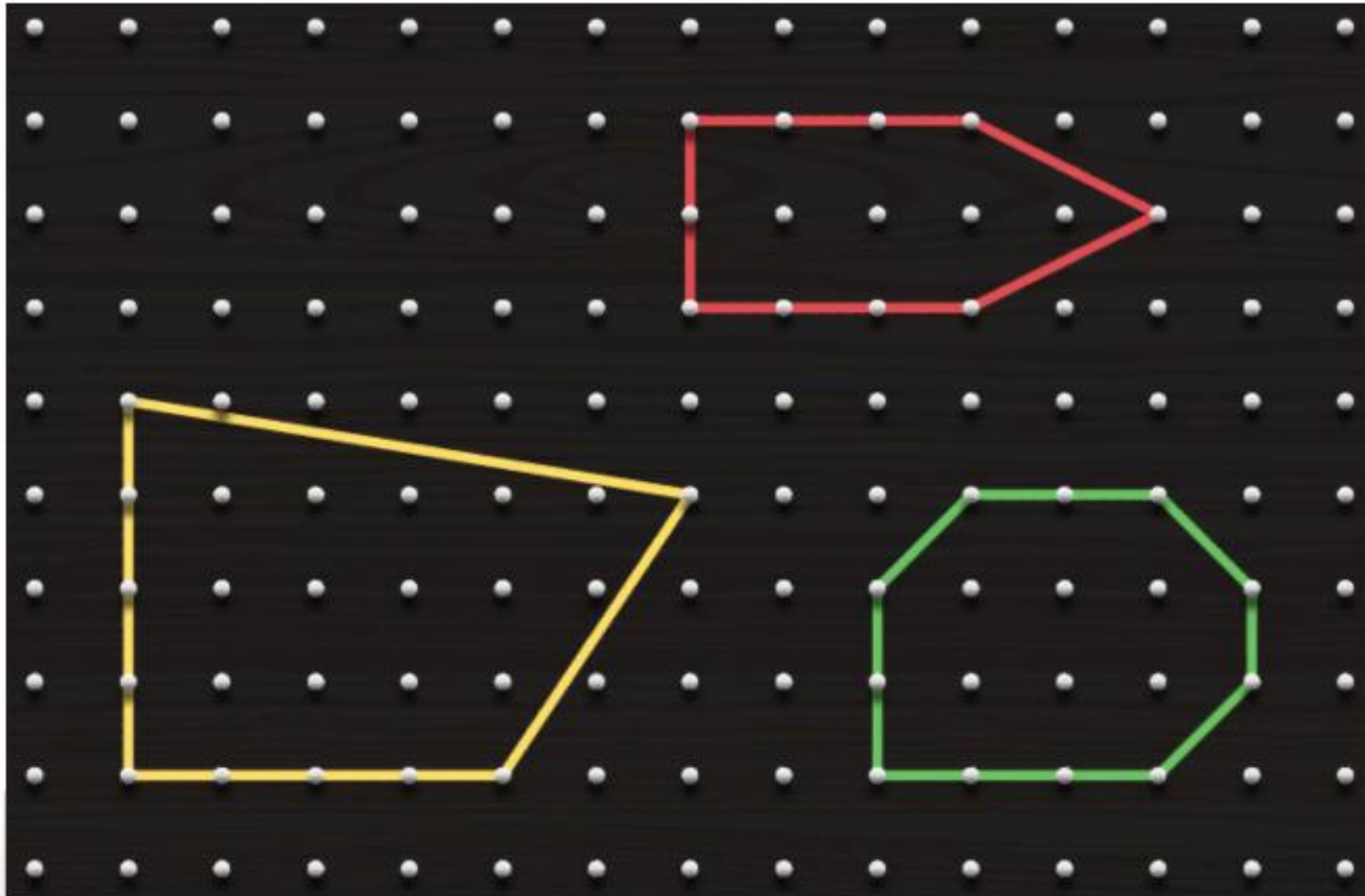
$$O(\text{figuur}) = 20 + 24 + 16 + 3 = 63 \text{ cm}^2$$



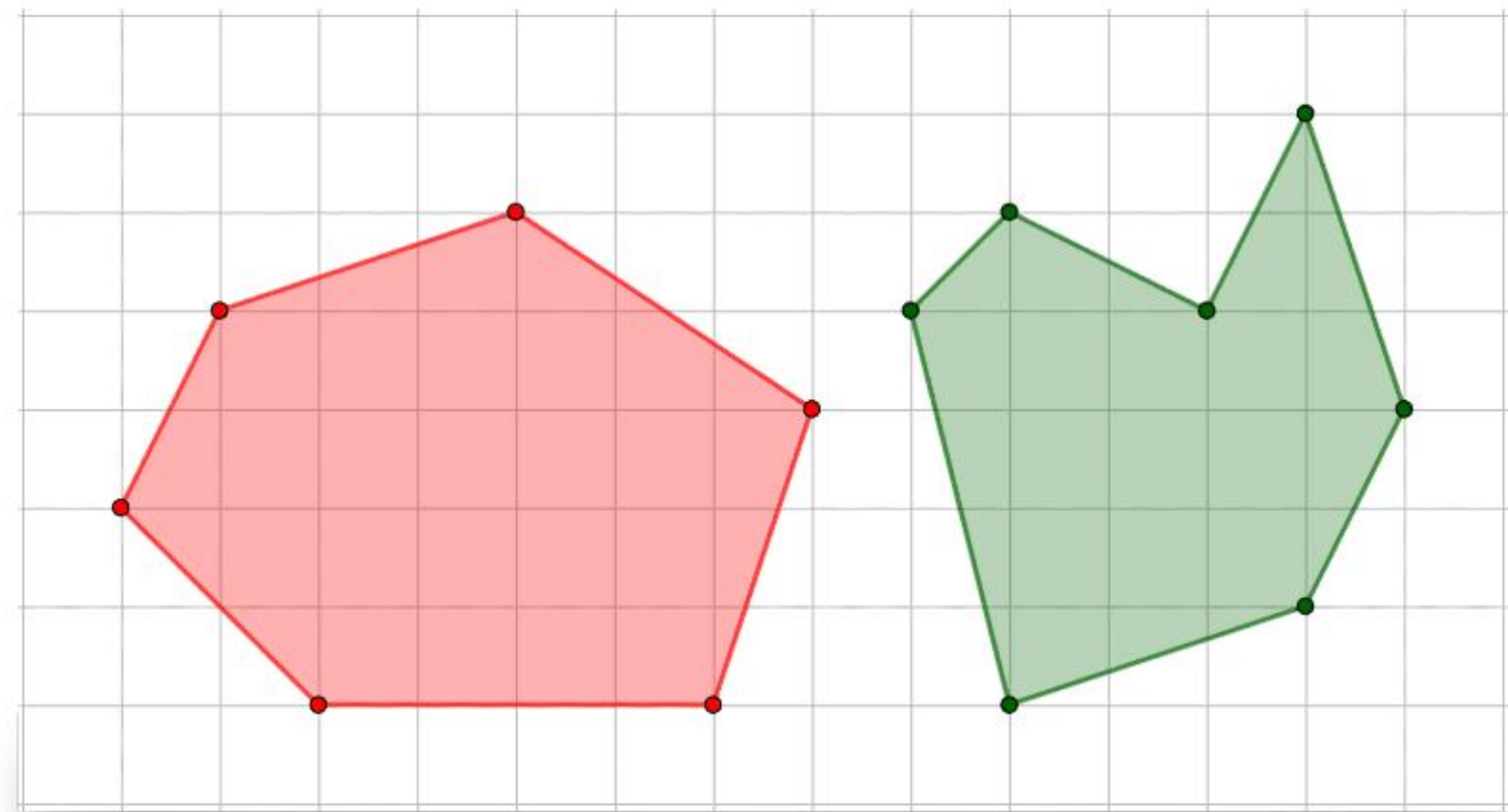
4

5. Roosterveelhoeken

Een **roosterveelhoek** is een veelhoek waarvan de hoekpunten roosterpunten zijn.



Roosterveelhoeken (vierhoek, vijfhoek en zevenhoek) op een 'geoboard'



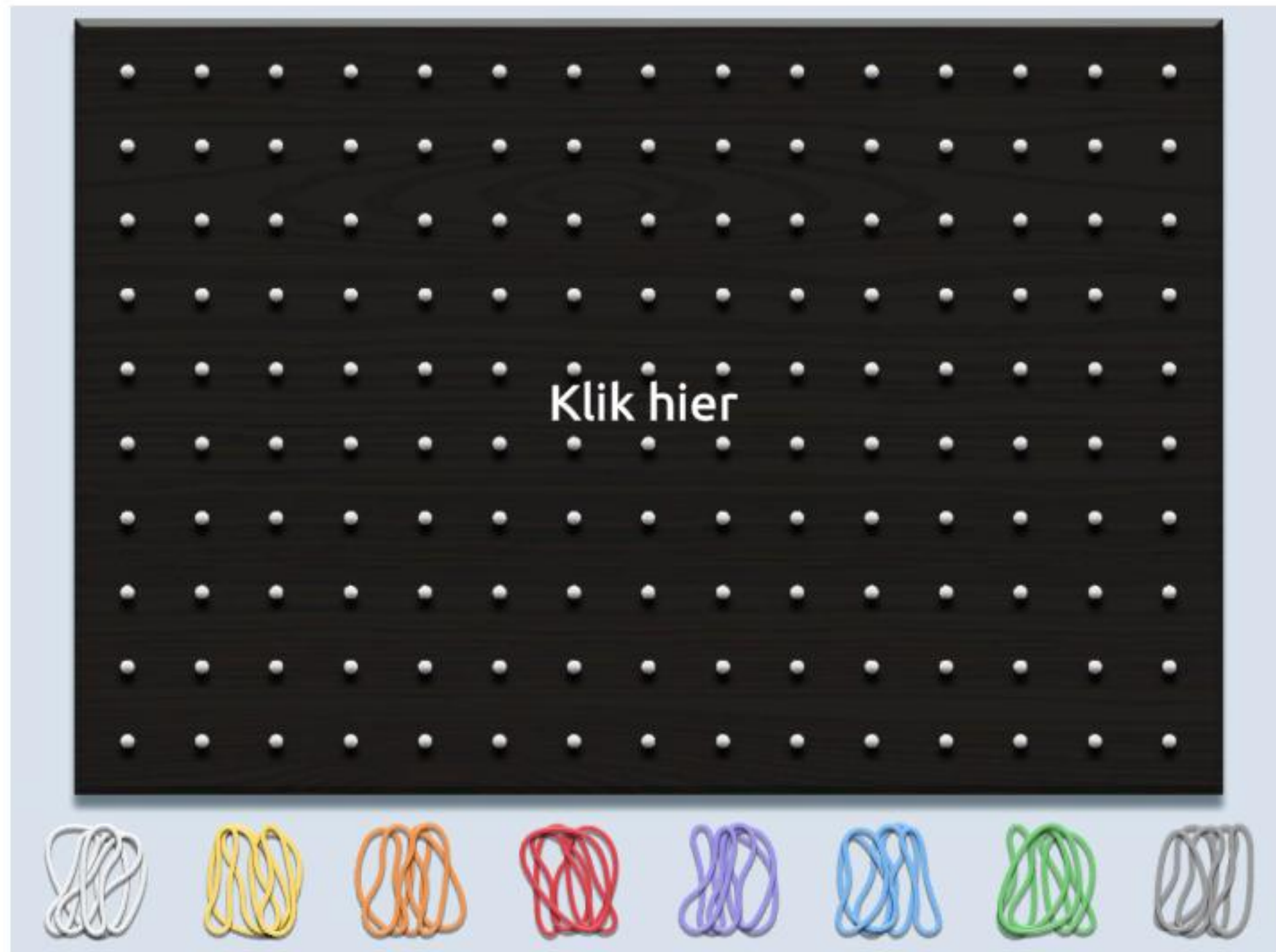
Roosterveelhoeken (zeshoek en zevenhoek) op roosterpapier



Opdrachten

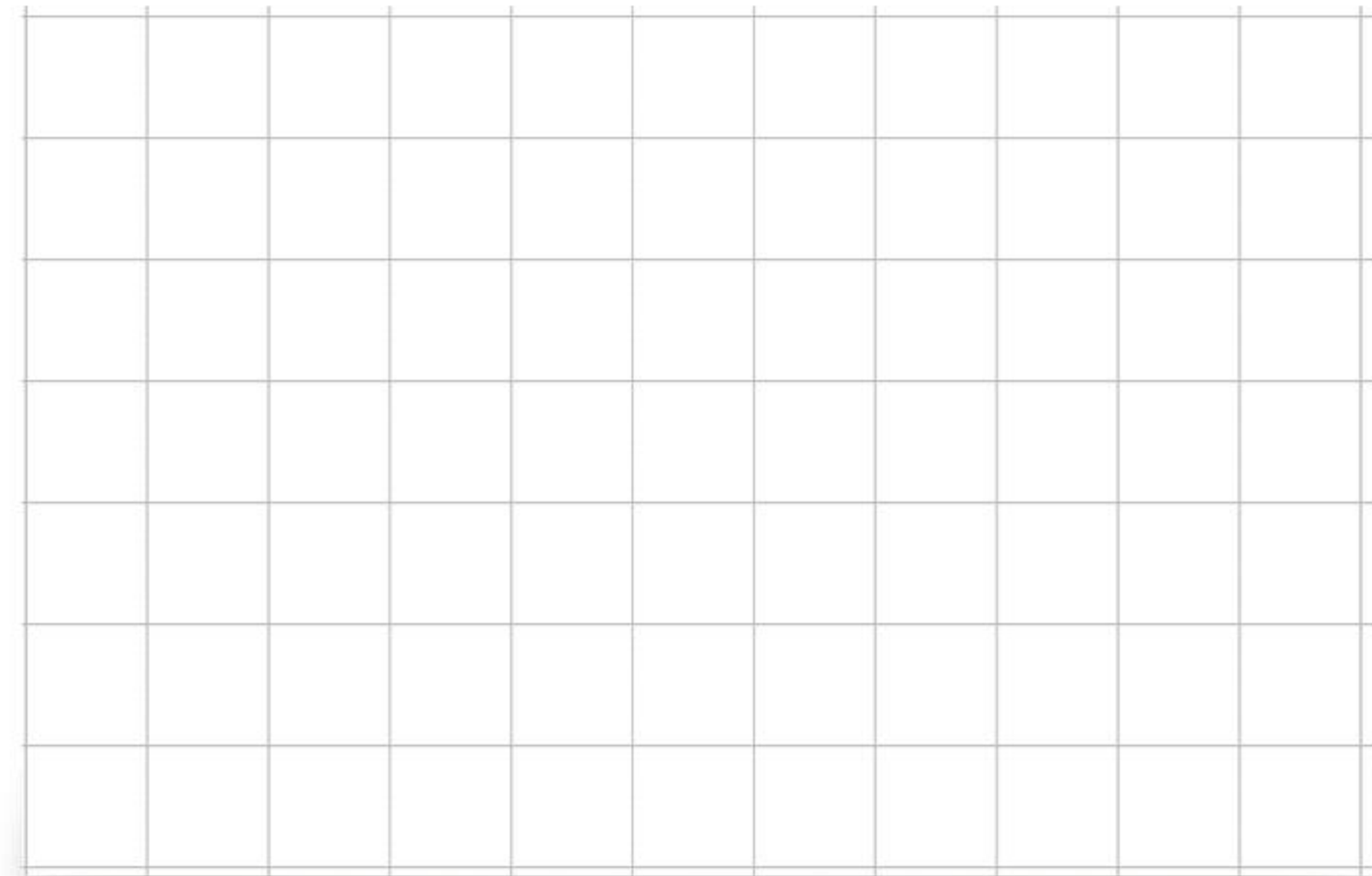
12

Maak met behulp van de elastiekjes een roosterveelhoek op het 'geoboard'.



13

Teken een roosterveelhoek op onderstaand roosterpapier.

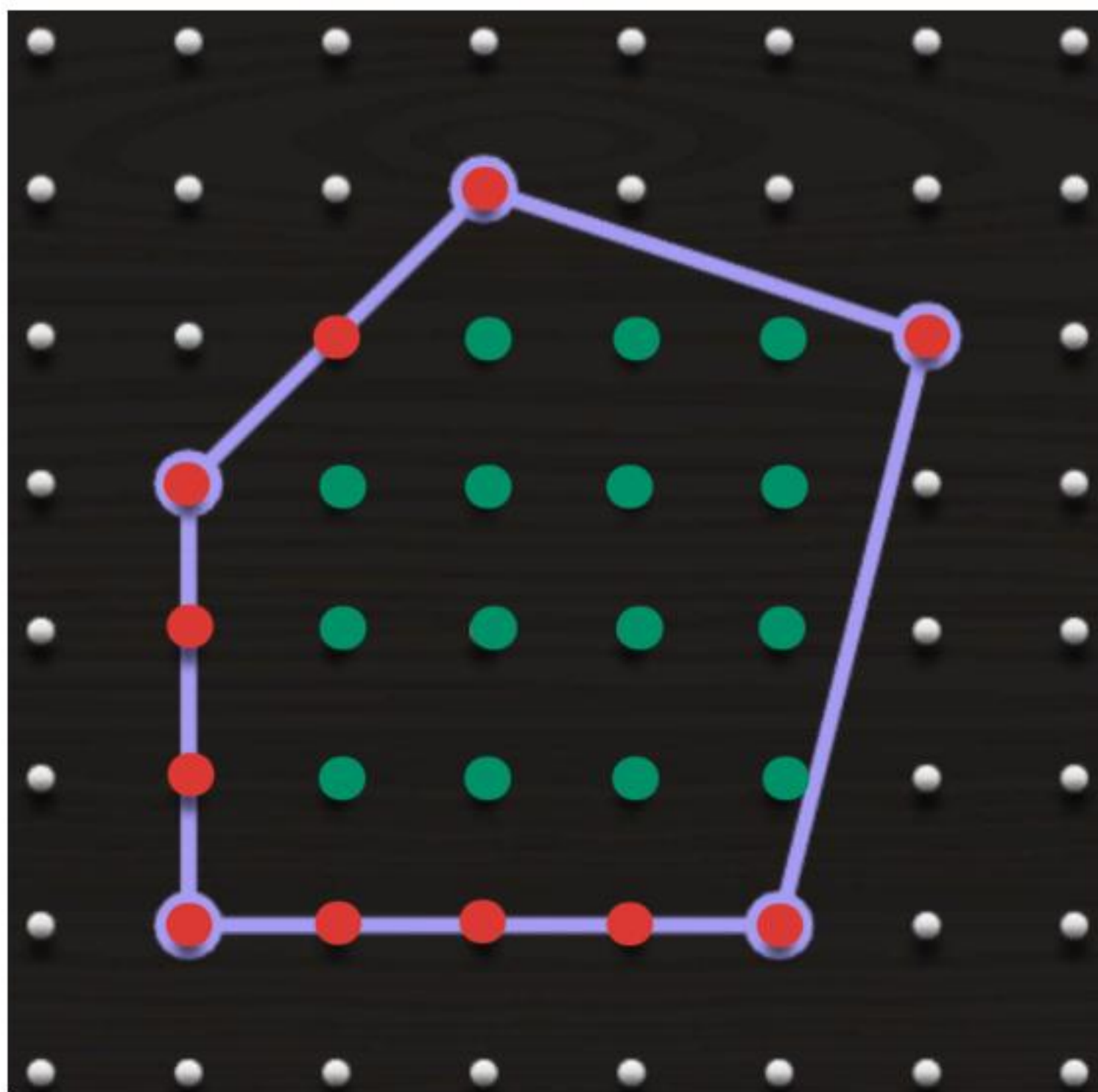




4

5. Randpunten en binnenpunten

Hieronder zie je op een 'geoboard' een roostervijfhoek.



Er liggen roosterpunten op de randen van de vijfhoek. Deze punten noemen we de **RANDPUNTEN** (R).

Er liggen ook roosterpunten binnen de roostervijfhoek. Deze punten noemen we de **BINNENPUNTEN** (B).

De roostervijfhoek bestaat uit **11 randpunten** en **15 binnenpunten**.

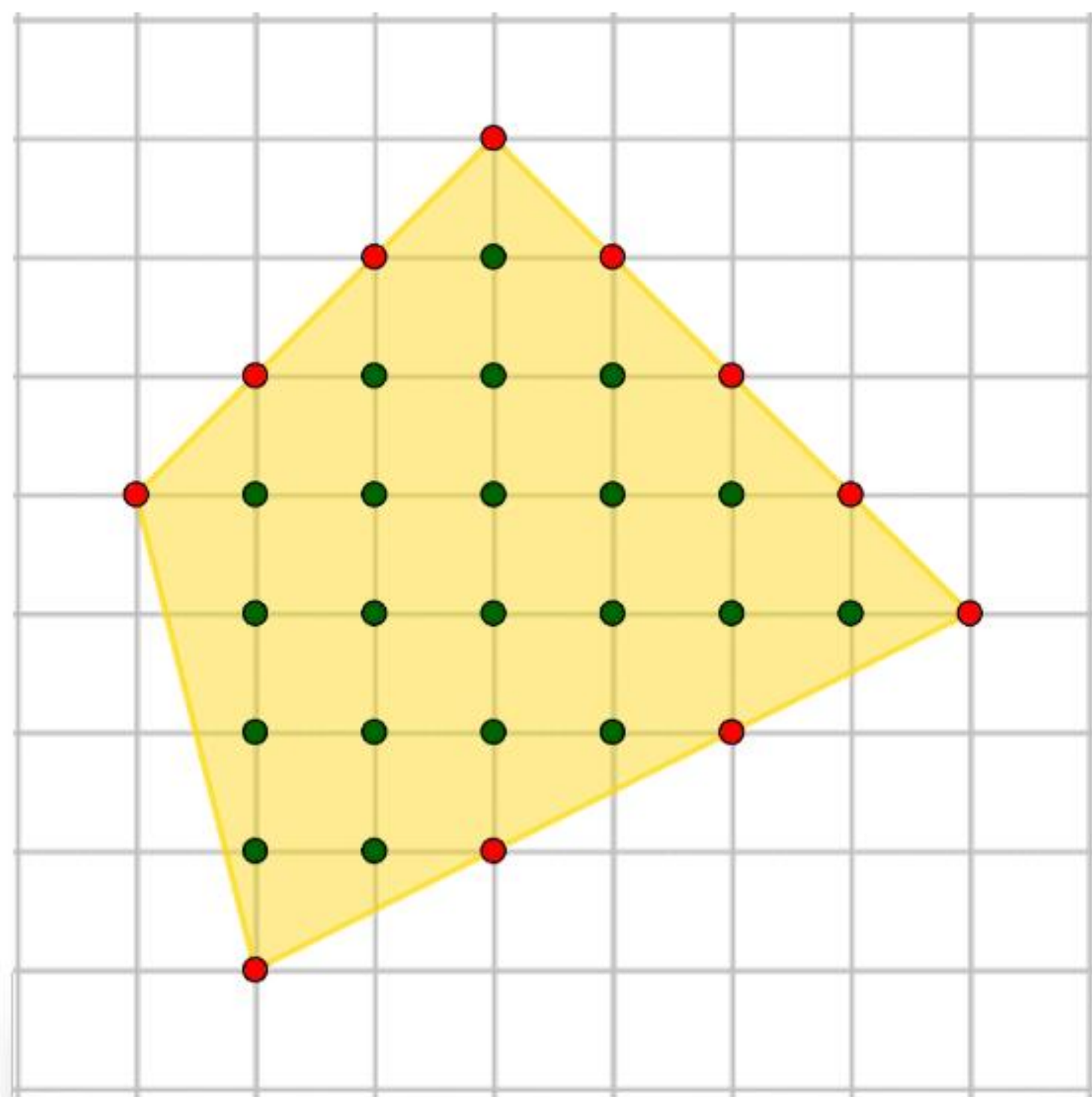
We noteren: **R = 11** en **B = 15**.



4

5. Randpunten en binnenpunten

Als je een roosterveelhoek op roosterpapier tekent dan kun je ook het aantal randpunten en het aantal binnenpunten tellen.



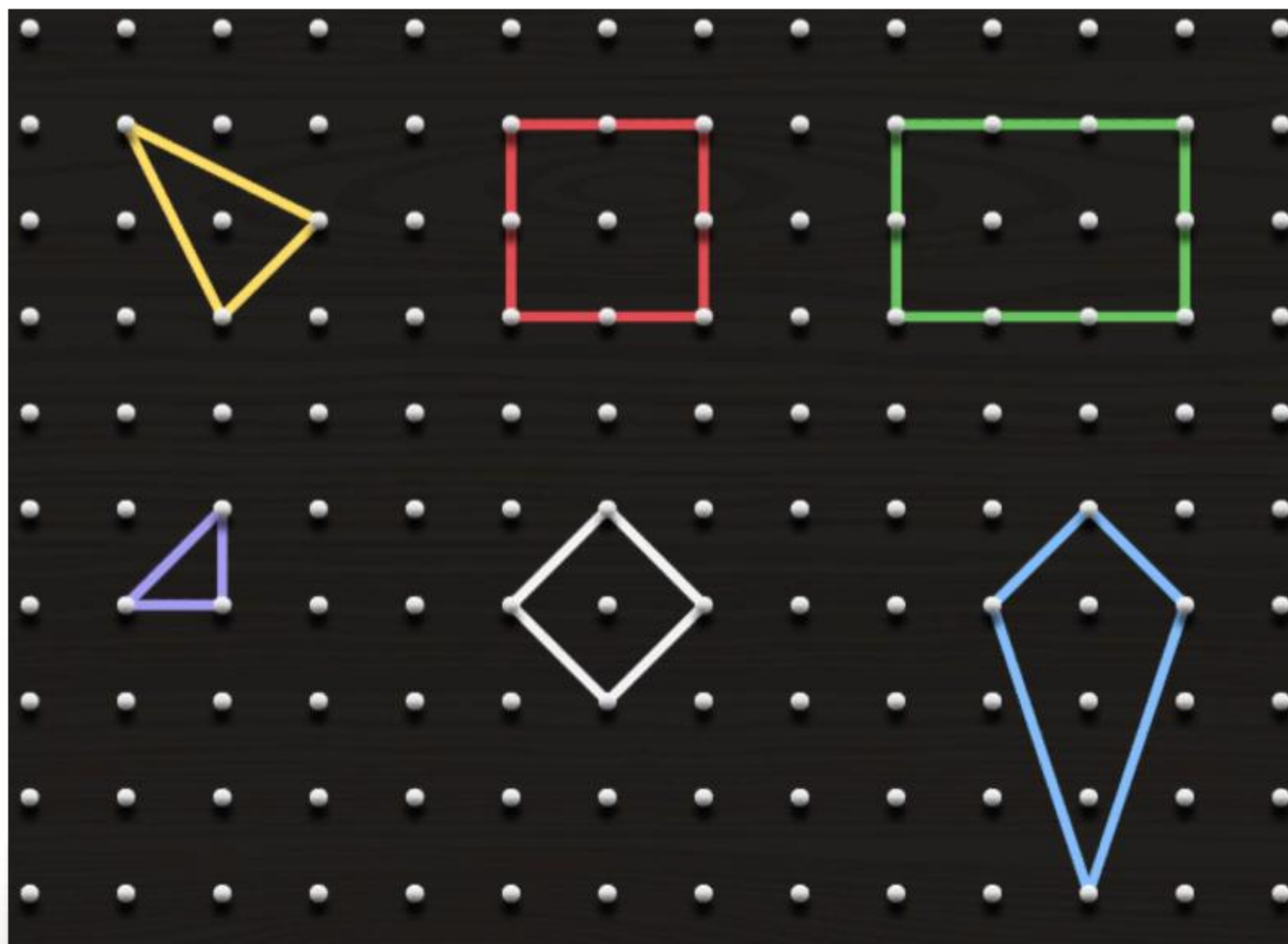
De roostervierhoek die hiernaast getekend heeft **11 randpunten** en **21 binnenpunten**.

Dus: **$R = 11$** en **$B = 21$** .



Opdrachten

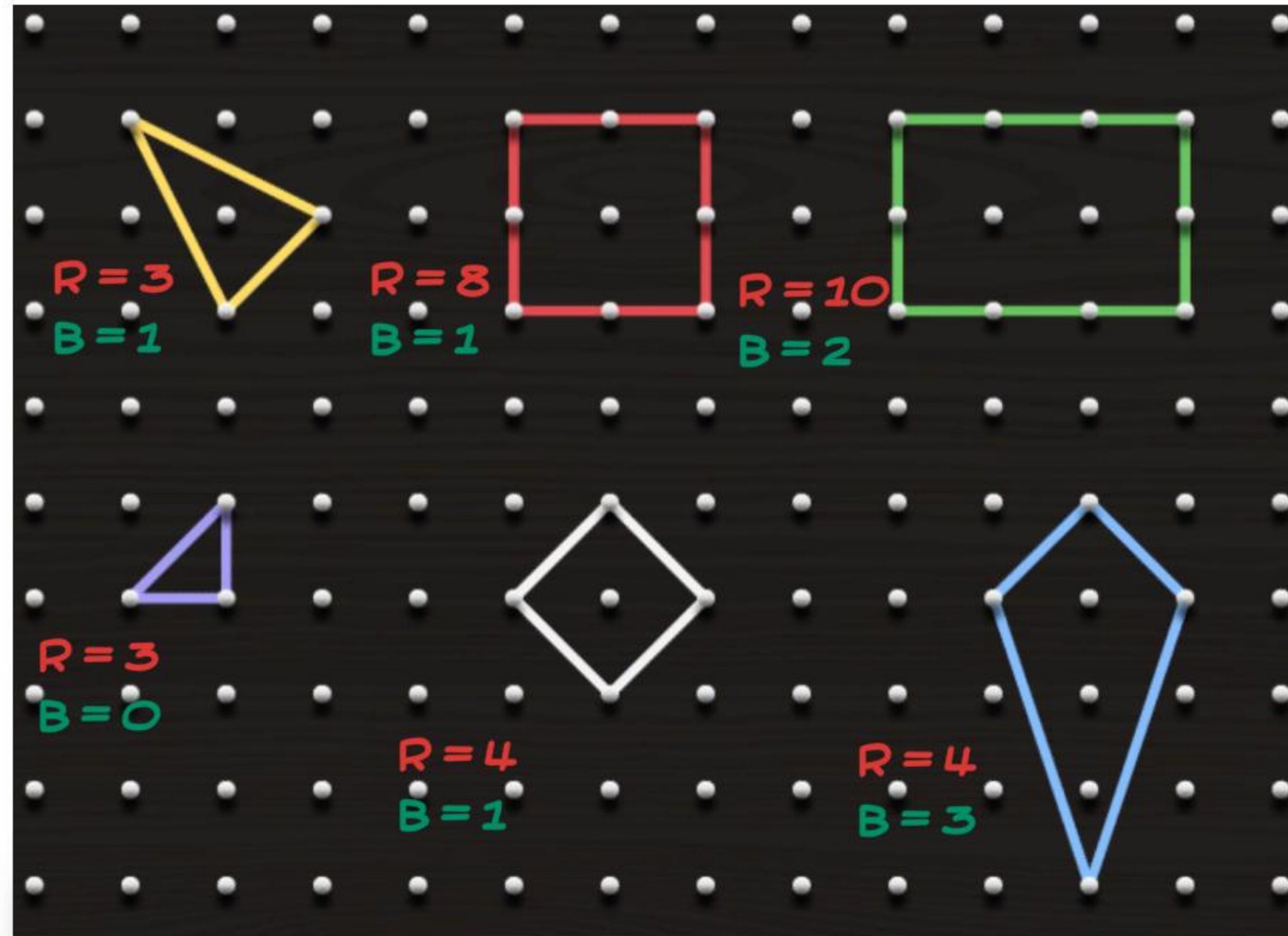
- 14 Bereken van onderstaande roosterveelhoeken het aantal randpunten R en het aantal binnenpunten B .





14

Uitwerkingen

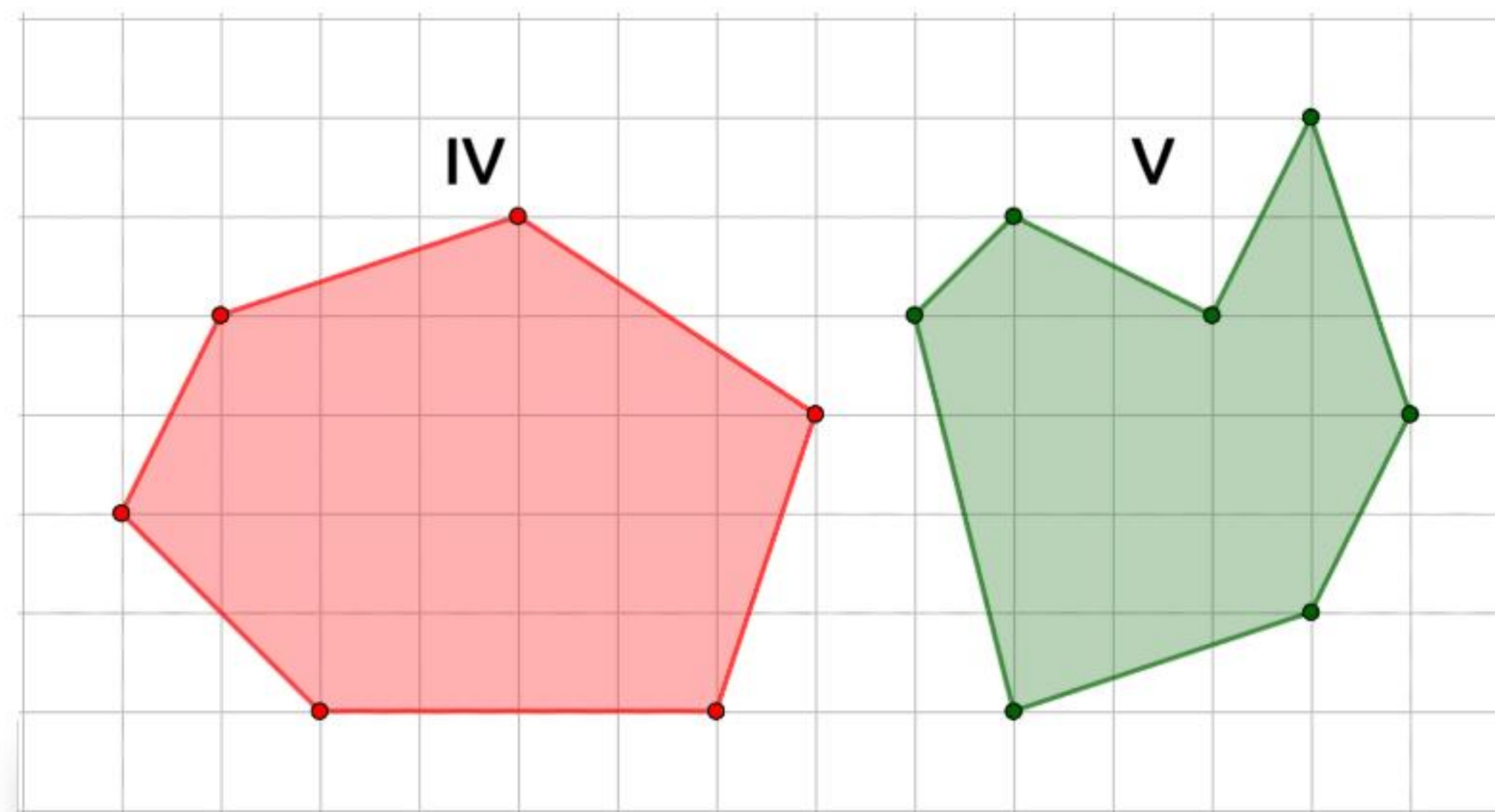
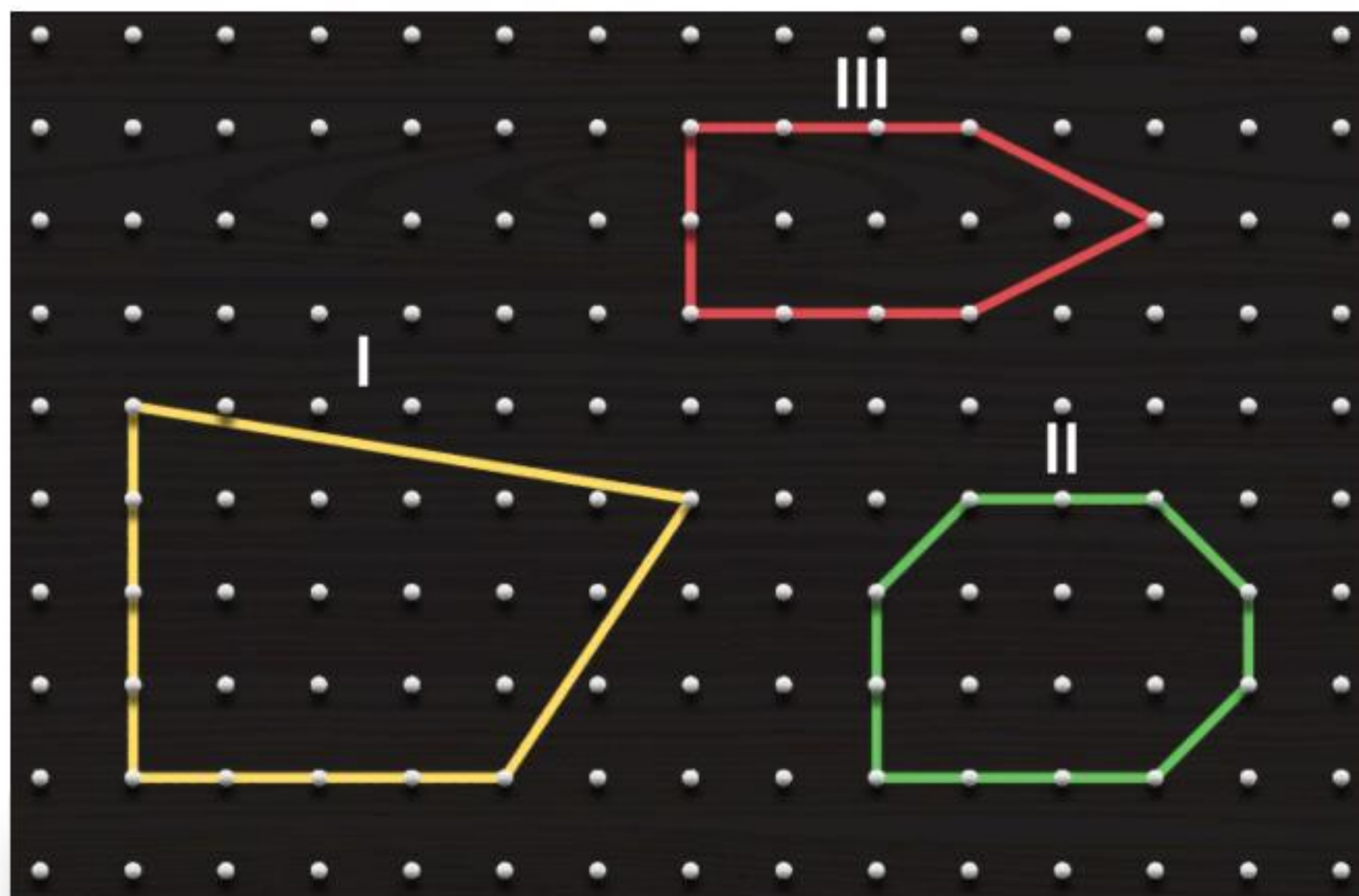


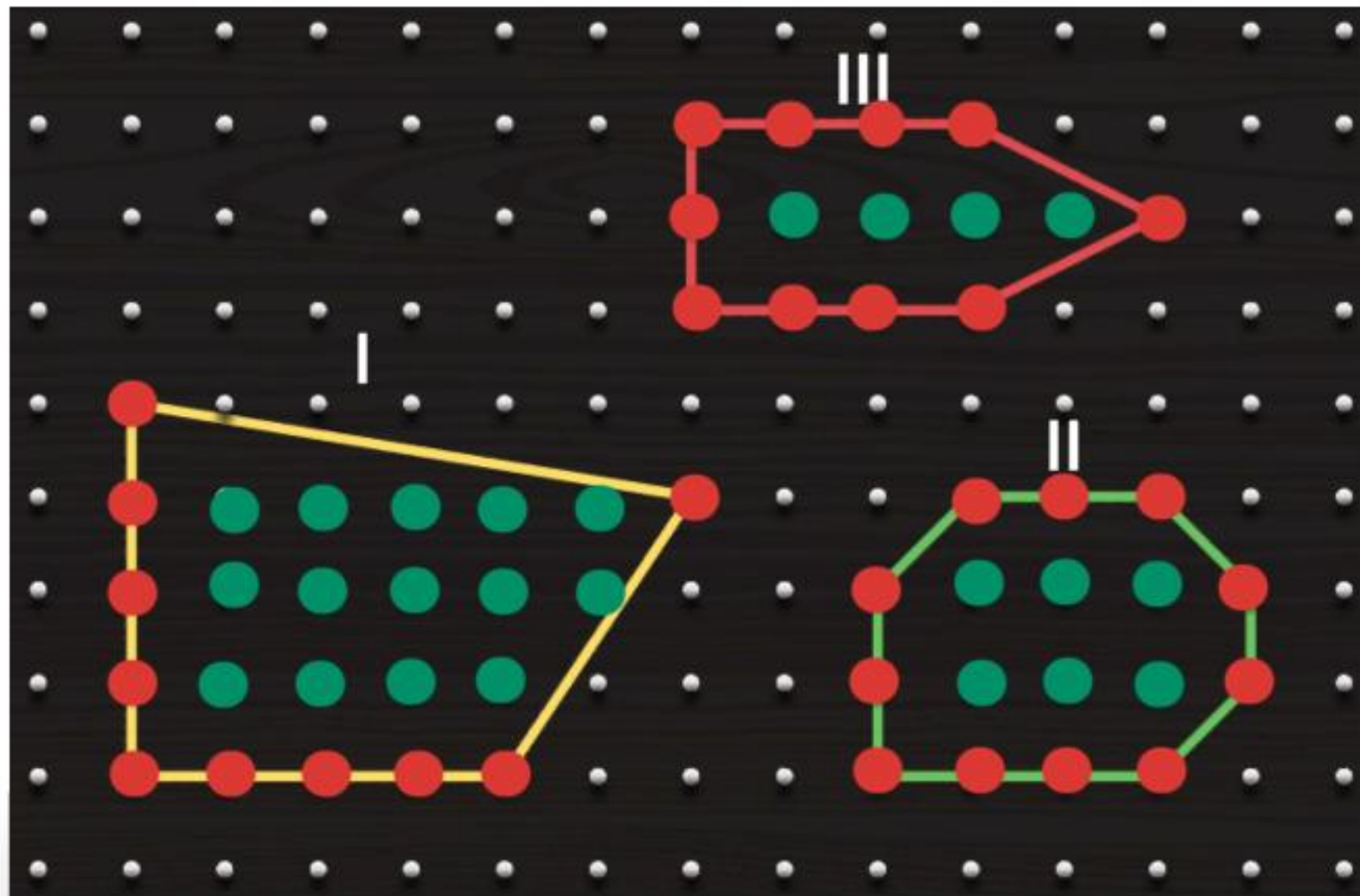


Opdrachten

15

Bereken van onderstaande roosterveelhoeken het aantal randpunten R en het aantal binnenpunten B .

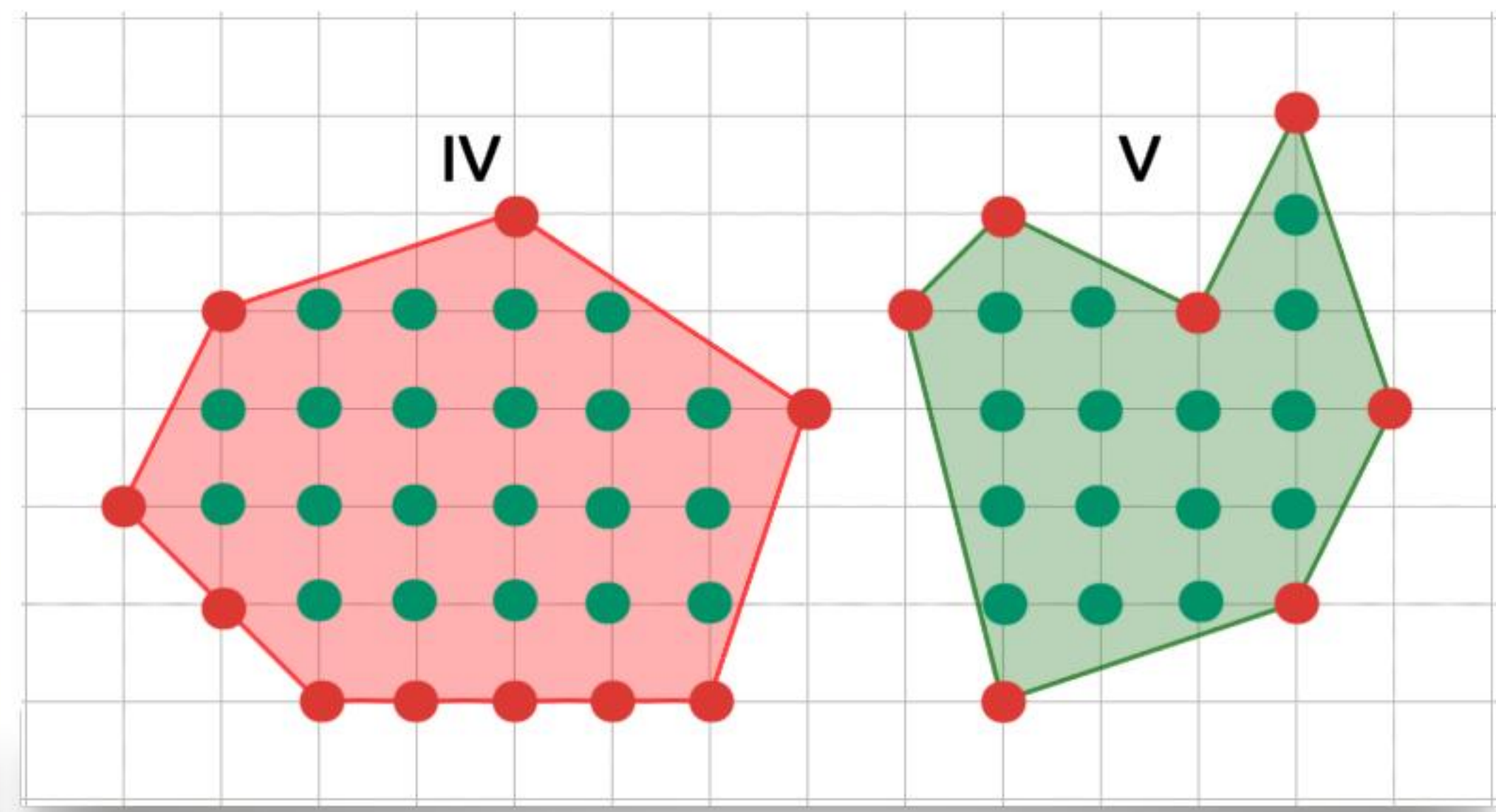




figuur I:
 $R = 10$
 $B = 14$

figuur II:
 $R = 11$
 $B = 6$

figuur III:
 $R = 10$
 $B = 4$



figuur IV:
 $R = 10$
 $B = 21$

figuur V:
 $R = 7$
 $B = 15$



4

6. De formule van Pick

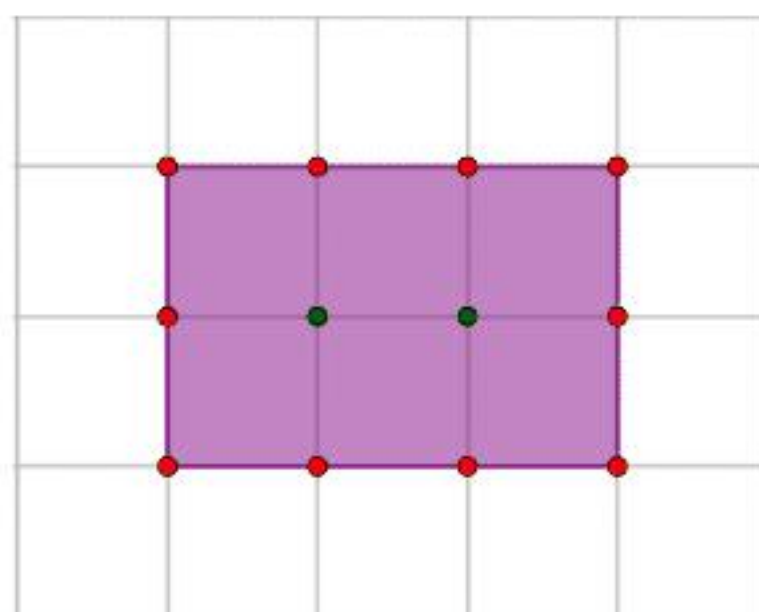
Georg Alexander Pick ontdekte in 1899 een handige manier om snel van een roosterveelhoek **de oppervlakte** te berekenen. Hierbij hoef je alleen maar **roosterpunten** te **tellen**.

De oppervlakte O van een roosterveelhoek is gelijk aan:

$$O = B + \frac{1}{2} \times R - 1$$

Hierbij is R het **aantal randpunten** en B het **aantal binnenpunten** van de roosterveelhoek.

Voorbeeld



$$\begin{aligned} R &= 10 \\ B &= 2 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} O &= 2 + \frac{1}{2} \times 10 - 1 \\ &= 2 + 5 - 1 = 6 \end{aligned}$$

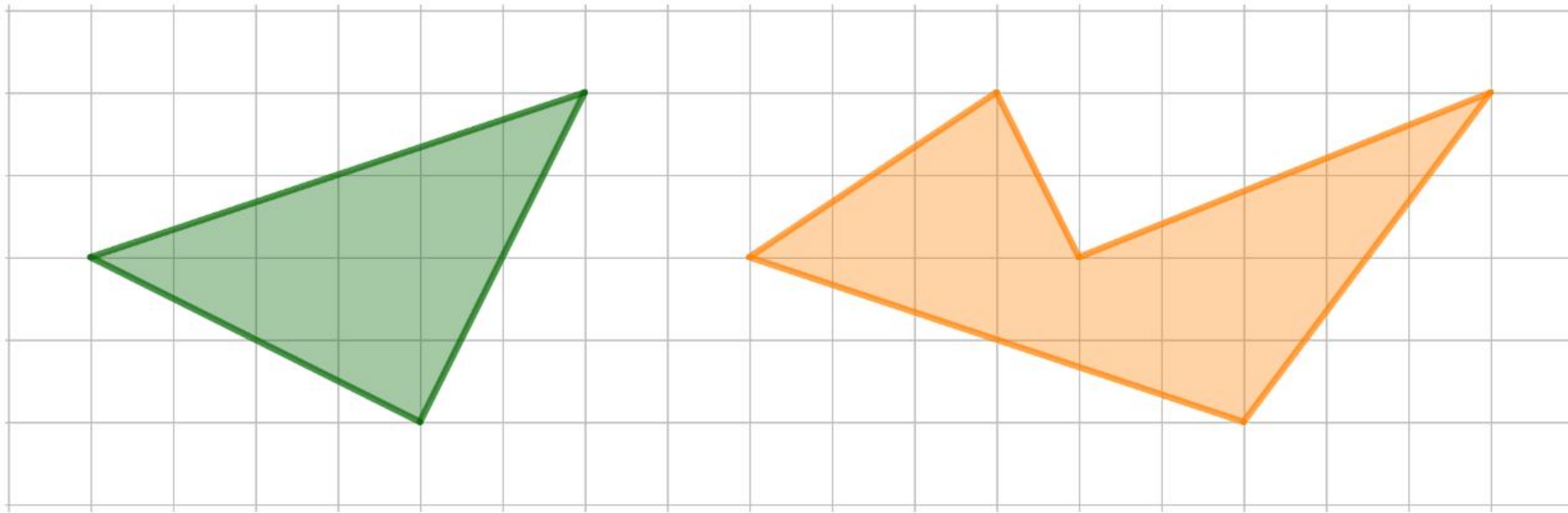




Opdrachten

16

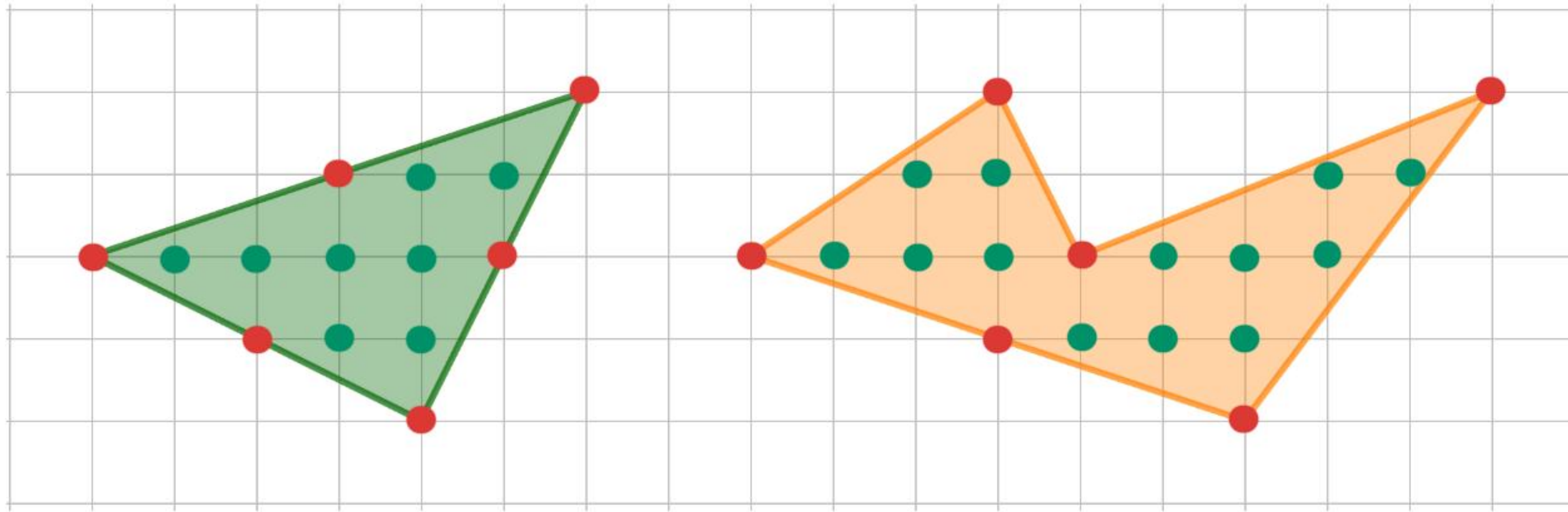
Bereken met behulp van de formule van Pick de oppervlakte van onderstaande figuren. Ga er van uit dat een rooster-vierkantje de afmetingen 1 cm bij 1 cm heeft.





Uitwerkingen

16



$R = 6$ en $B = 8$

$$\begin{aligned} O(\text{driehoek}) &= B + 0,5 \times R - 1 \\ &= 8 + 0,5 \times 6 - 1 \\ &= 8 + 3 - 1 = 10 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$R = 6$ en $B = 13$

$$\begin{aligned} O(\text{vijfhoek}) &= B + 0,5 \times R - 1 \\ &= 13 + 0,5 \times 6 - 1 \\ &= 13 + 3 - 1 = 15 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

In opgave 8 heb je de oppervlakte van deze figuren berekend met behulp van 'opdelen'.
[Klik hier](#) voor de uitwerkingen.

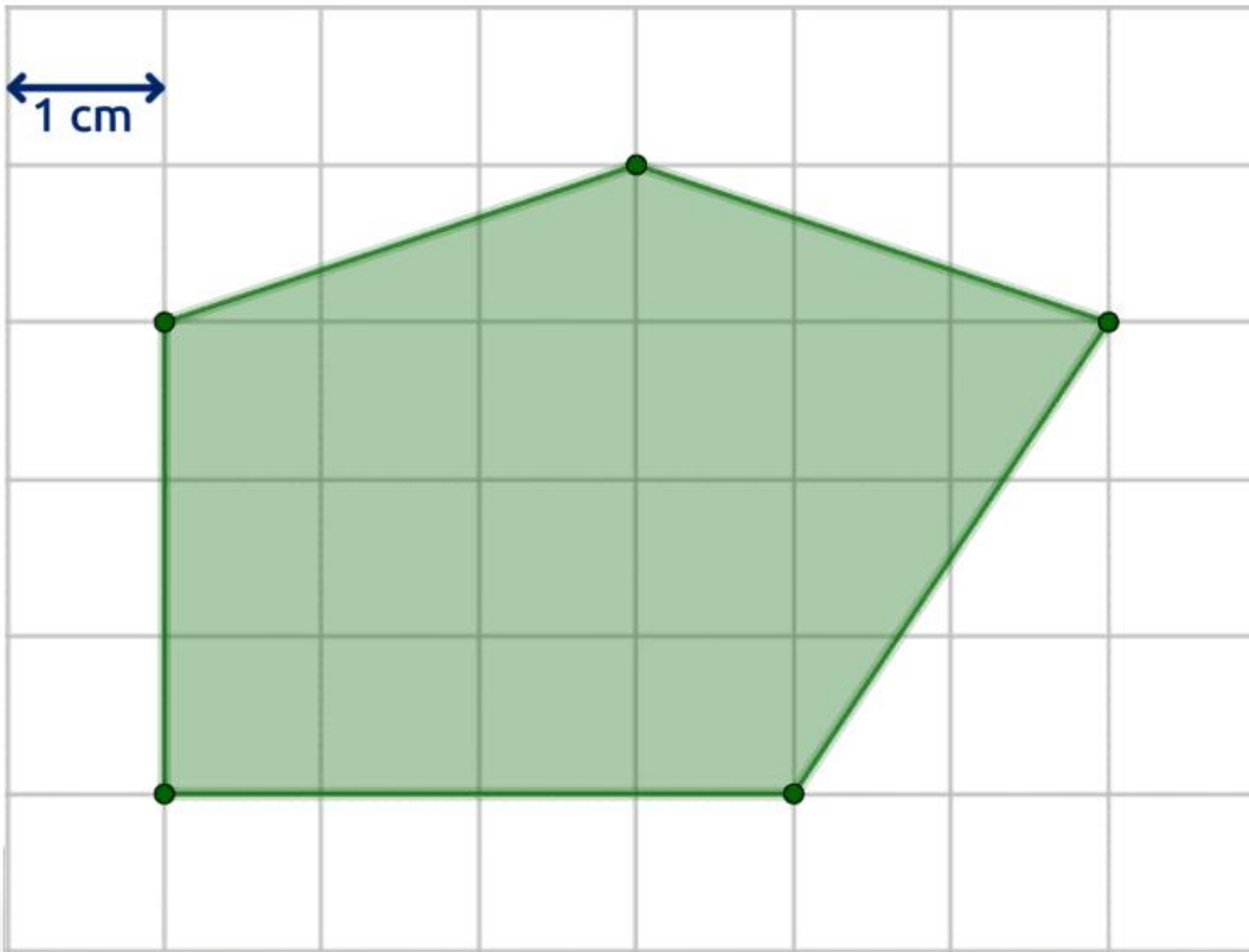
Terug



Opdrachten

17

1 cm



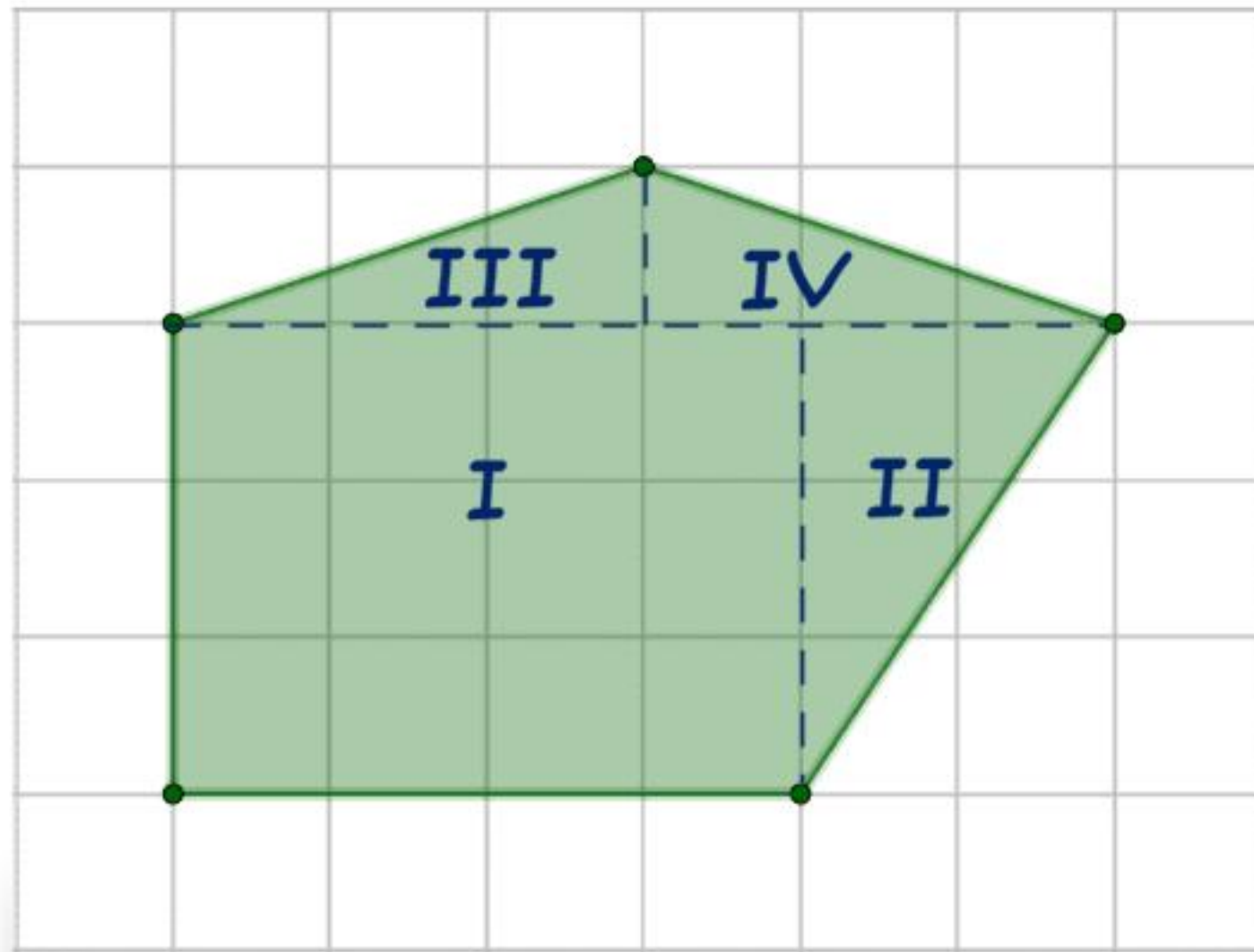
- Bereken de oppervlakte van deze vijfhoek op de meetkundige manier met behulp van 'opdelen'.
- Bereken de oppervlakte van de vijfhoek met behulp van de formule van Pick.



Uitwerkingen

17

a.



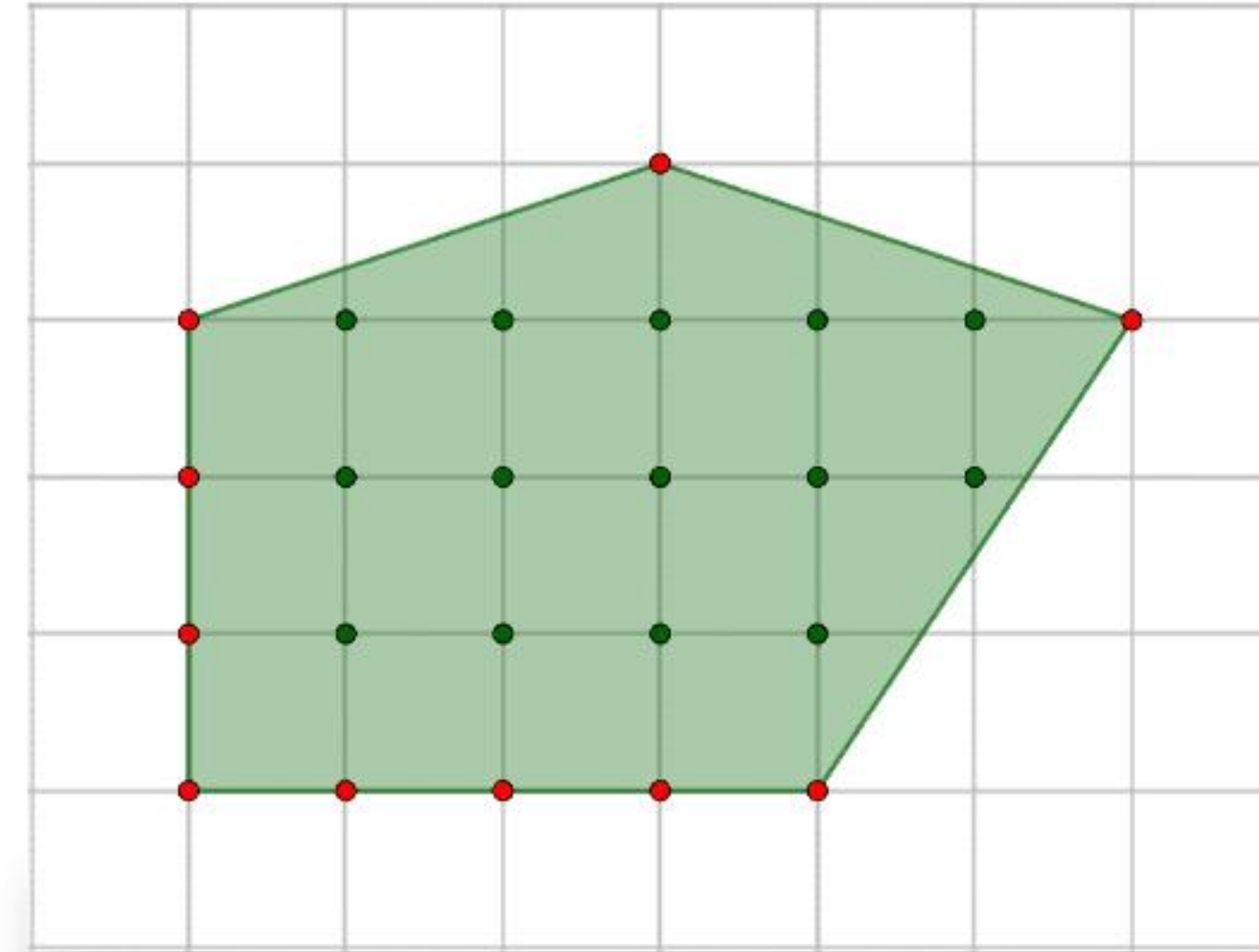
$$O(I) = 4 \times 3 = 12$$

$$O(II) = 0,5 \times 2 \times 3 = 3$$

$$O(III) = O(IV) = 0,5 \times 3 \times 1 = 1,5$$

$$O(\text{vijfhoek}) = 12 + 3 + 1,5 + 1,5 = 18 \text{ cm}^2$$

b.



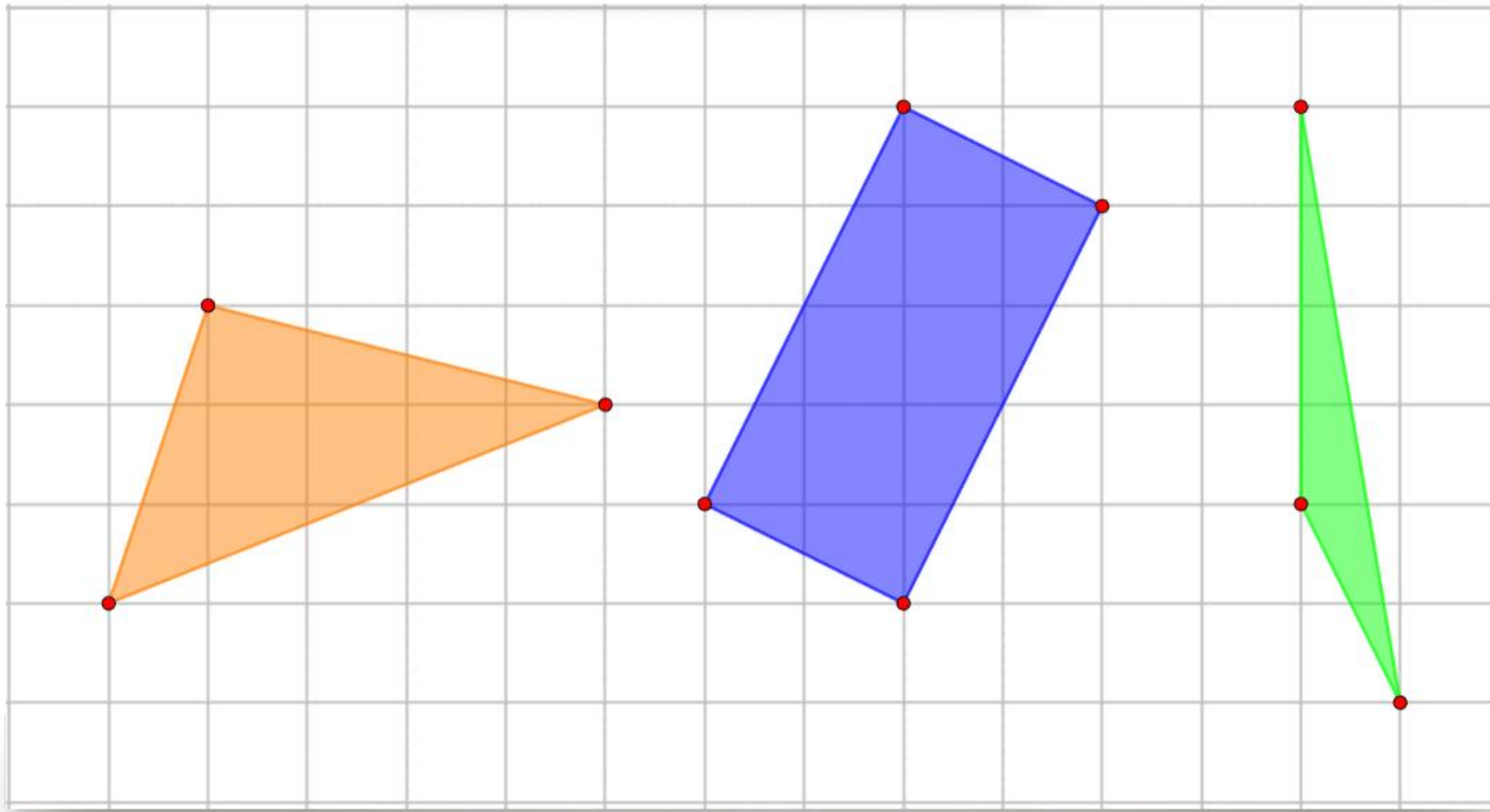
$$\left. \begin{array}{l} R = 10 \\ B = 14 \end{array} \right\} \begin{aligned} O(\text{vijfhoek}) &= B + 0,5 \times R - 1 \\ &= 14 + 0,5 \times 10 - 1 \\ &= 14 + 5 - 1 \\ &= 18 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



Opdrachten

18

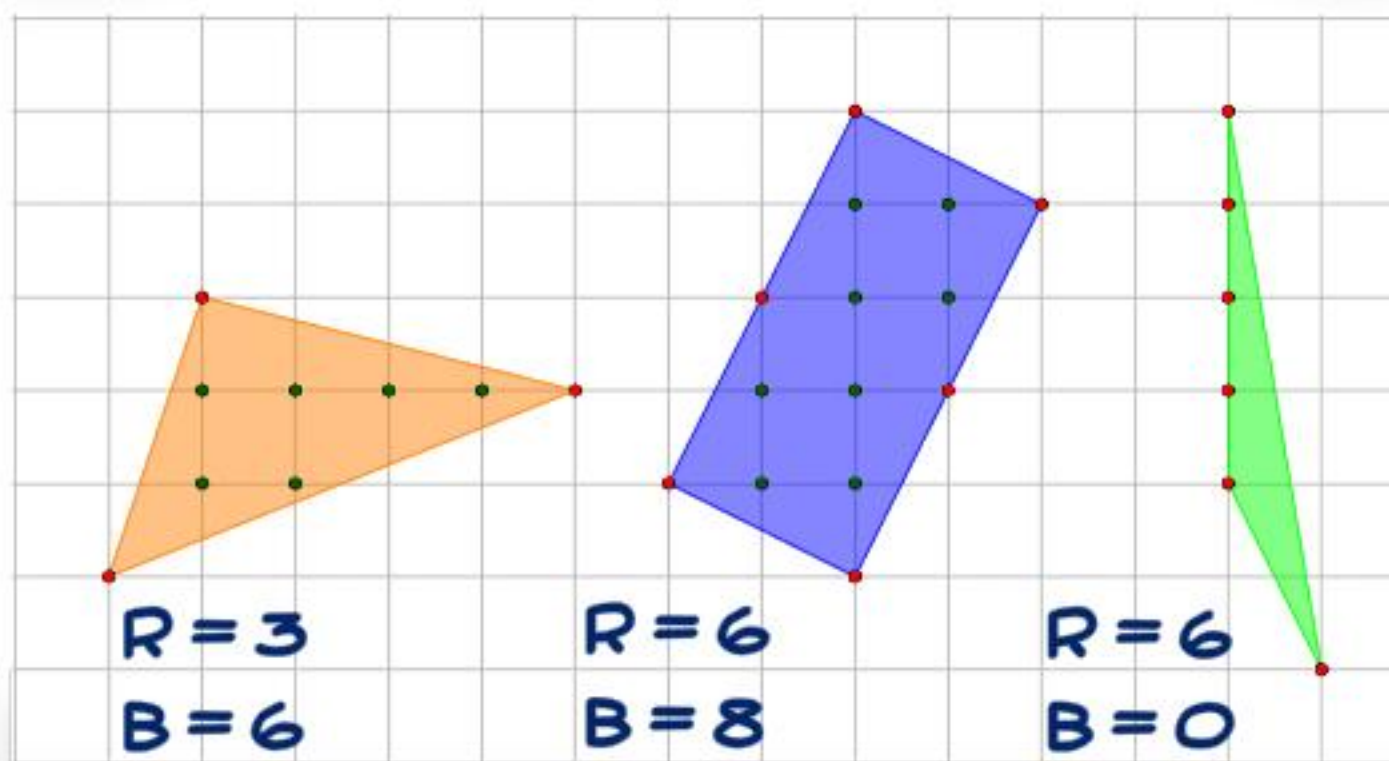
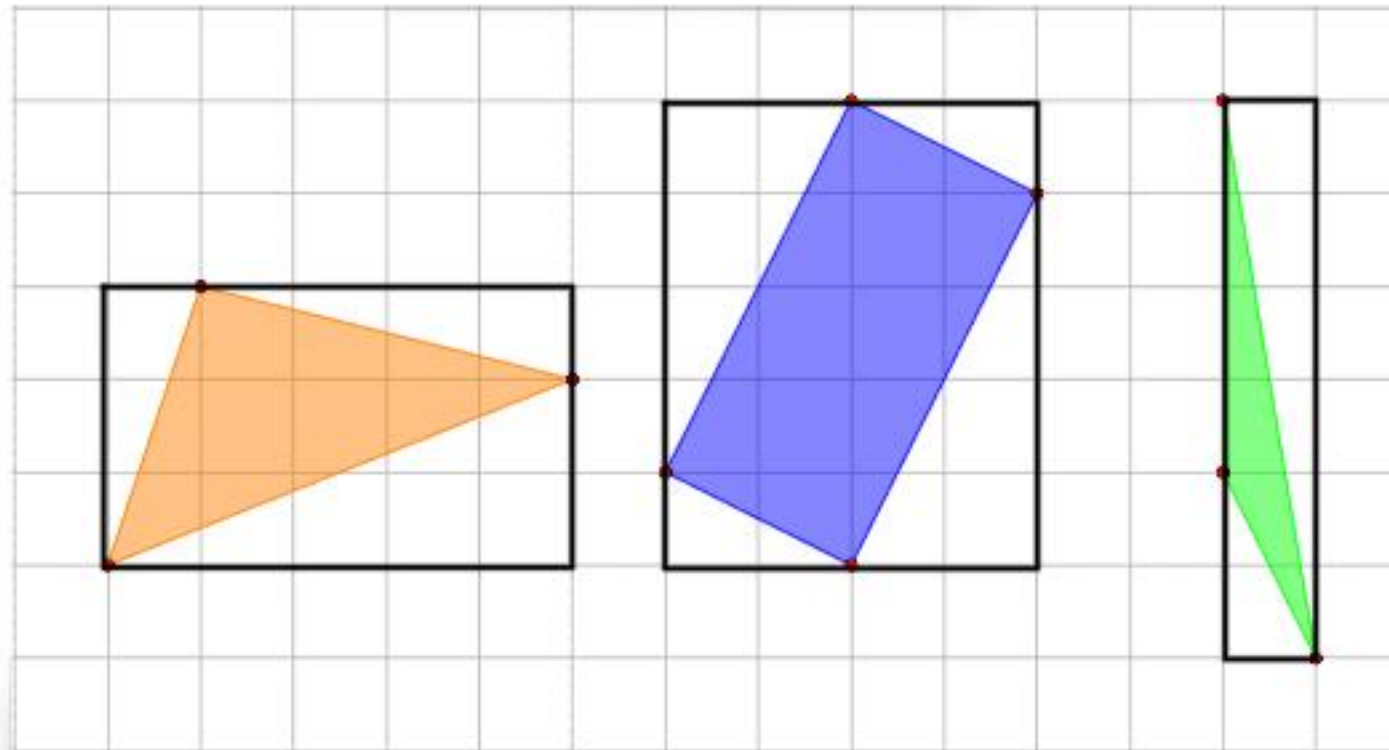
Bereken op twee manieren de oppervlakte van onderstaande figuren. Ga er van uit dat een rooster-vierkantje de afmetingen 1 cm bij 1 cm heeft.





Uitwerkingen

18



$$O(\text{driehoek}) = 5 \times 3 - 0,5 \times 5 \times 2 - 0,5 \times 3 \times 1 - 0,5 \times 4 \times 1 \\ = 15 - 5 - 1,5 - 2 = 6,5 \text{ cm}^2$$

$$O(\text{rechthoek}) = 4 \times 5 - 0,5 \times 2 \times 1 - 0,5 \times 2 \times 4 - 0,5 \times 2 \times 4 - \\ 0,5 \times 2 \times 1 \\ = 20 - 1 - 4 - 4 - 1 = 10 \text{ cm}^2$$

$$O(\text{driehoek}) = 1 \times 6 - 0,5 \times 1 \times 2 - 0,5 \times 1 \times 6 \\ = 6 - 1 - 3 = 2 \text{ cm}^2$$

$$O(\text{driehoek}) = B + 0,5 \times R - 1 \\ = 6 + 0,5 \times 3 - 1 = 6,5 \text{ cm}^2$$

$$O(\text{rechthoek}) = B + 0,5 \times R - 1 \\ = 8 + 0,5 \times 6 - 1 = 10 \text{ cm}^2$$

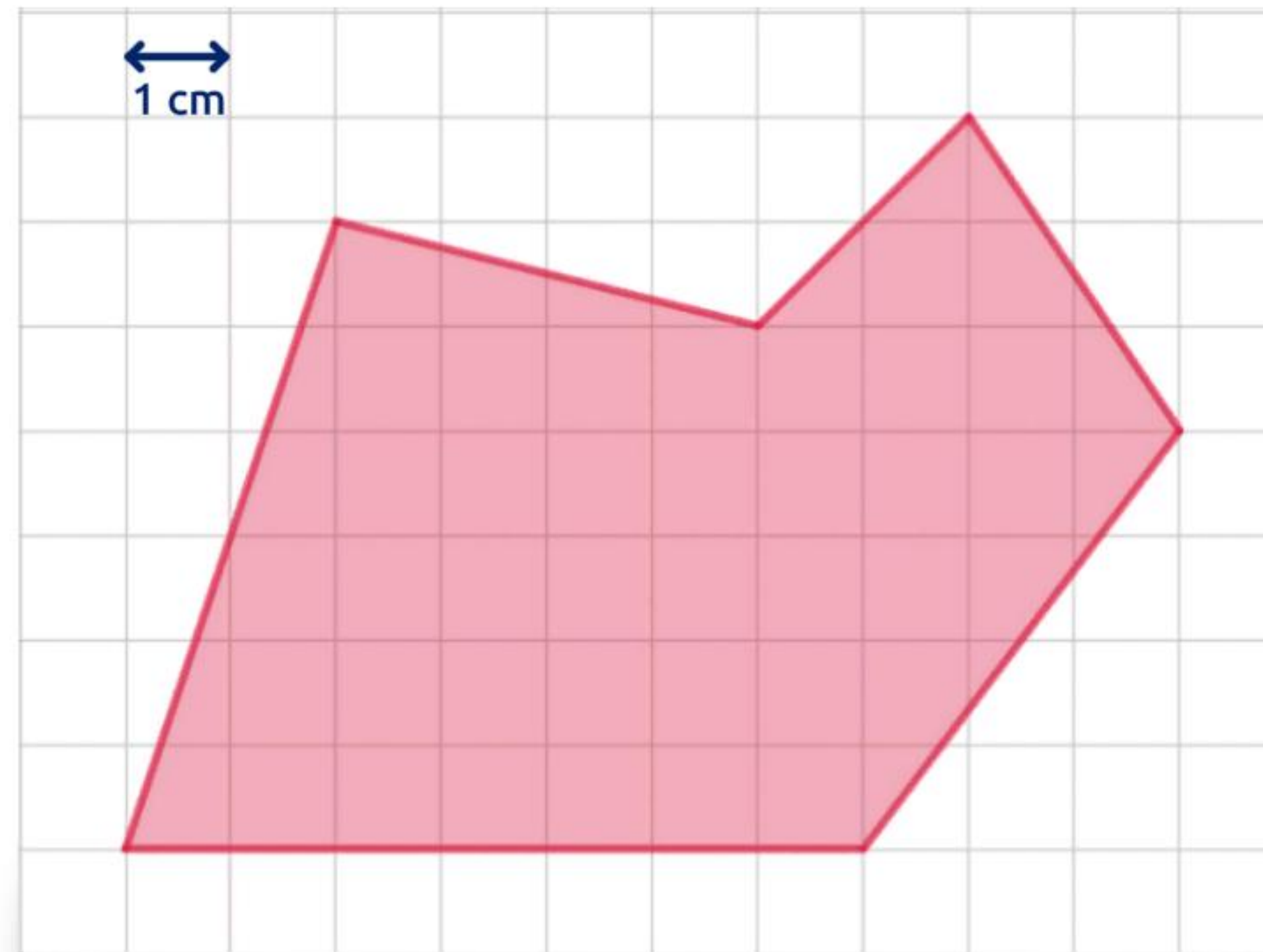
$$O(\text{rechthoek}) = B + 0,5 \times R - 1 \\ = 0 + 0,5 \times 6 - 1 = 2 \text{ cm}^2$$



Opdrachten

19

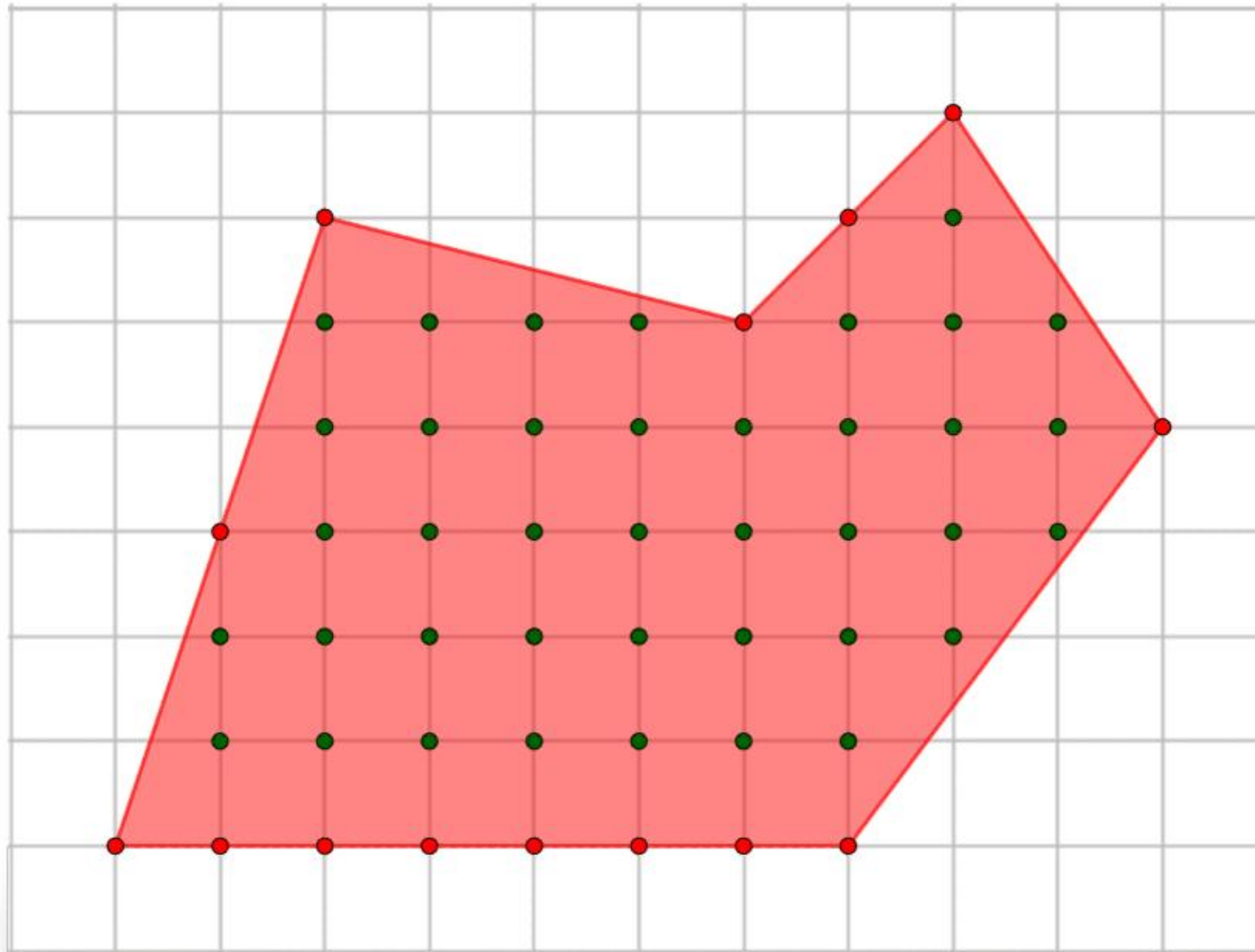
Bereken op een handige manier de oppervlakte van deze roosterveelhoek.





Uitwerkingen

19



$$R = 14 \text{ en } B = 39$$

$$\begin{aligned} O(\text{zeshoek}) &= B + 0,5 \times R - 1 \\ &= 39 + 0,5 \times 14 - 1 \\ &= 39 + 7 - 1 \\ &= 45 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

De oppervlakte is ook te berekenen met de traditionele methode met behulp van 'opdelen'. [Klik hier](#) voor het antwoord.

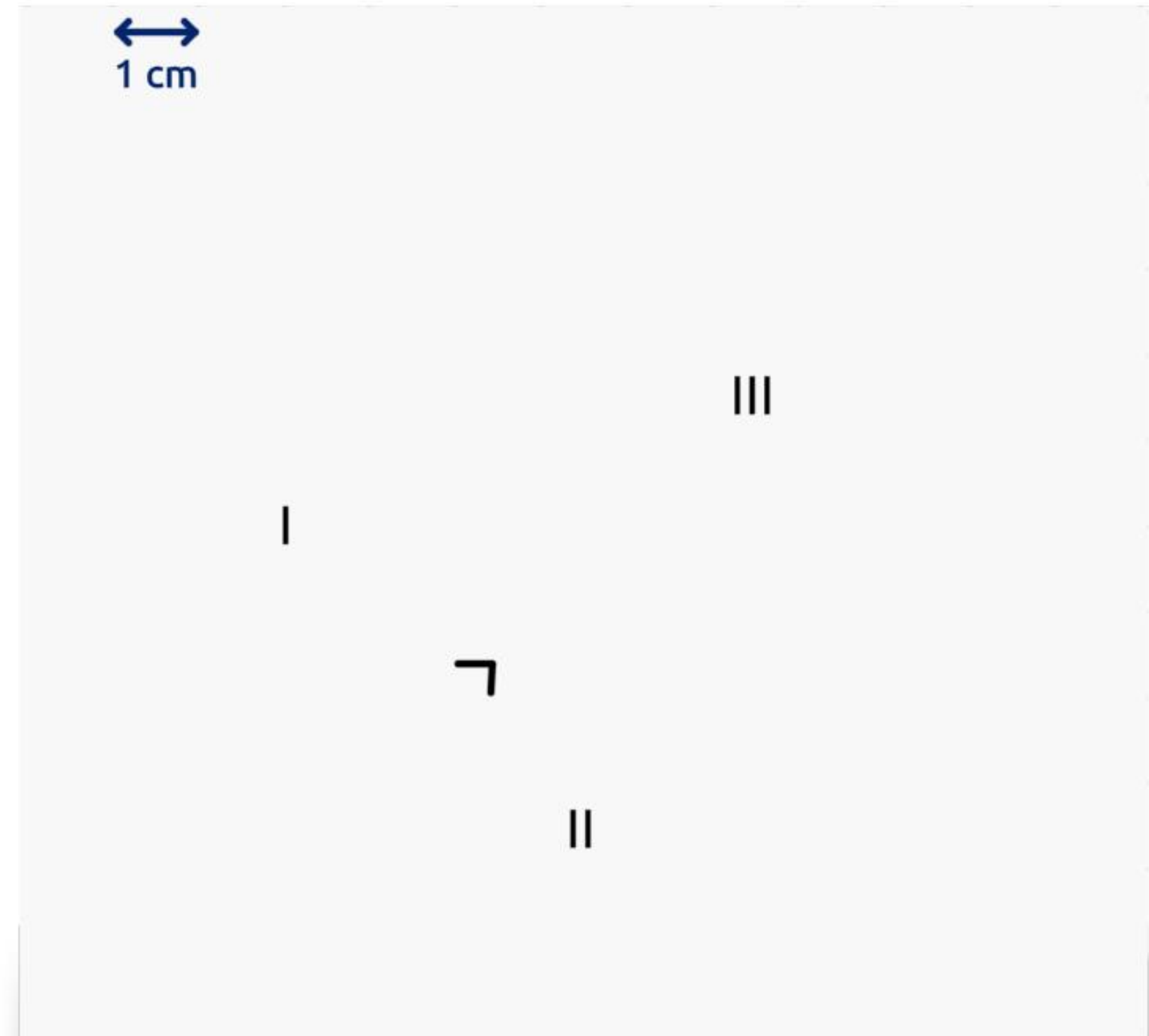
Terug

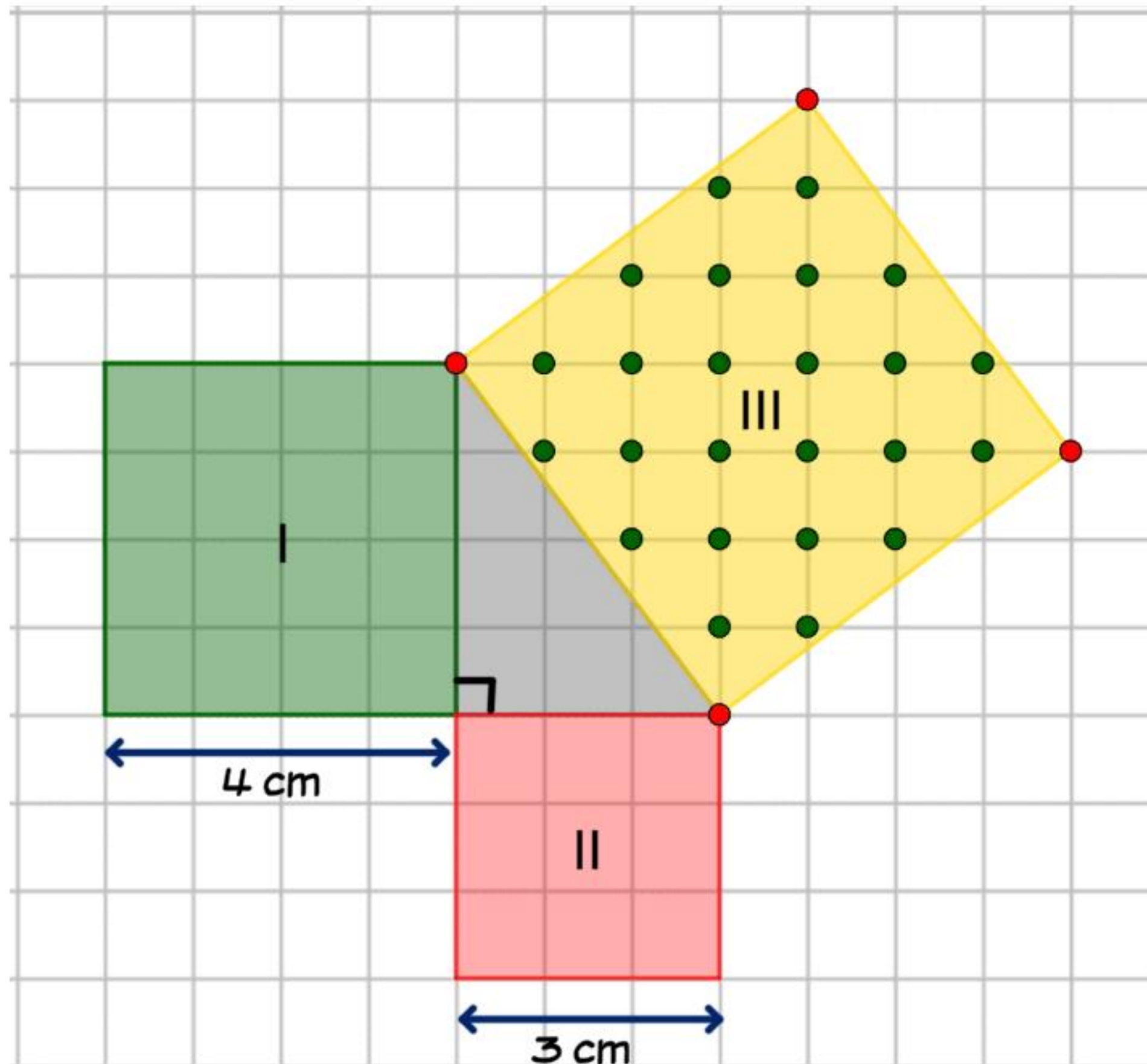


Opdrachten

20

- a. Bereken de oppervlakte van de vierkanten I en II.
- b. Bereken de oppervlakte van vierkant III.
- c. Wat valt je op?





a. $O(I) = 4 \times 4 = 16$
 $O(II) = 3 \times 3 = 9$

b. Vierkant III: $R = 4$ en $B = 24$

$$O(III) = B + 0,5 \times R - 1$$

$$= 24 + 0,5 \times 4 - 1$$

$$= 24 + 2 - 1 = 25$$

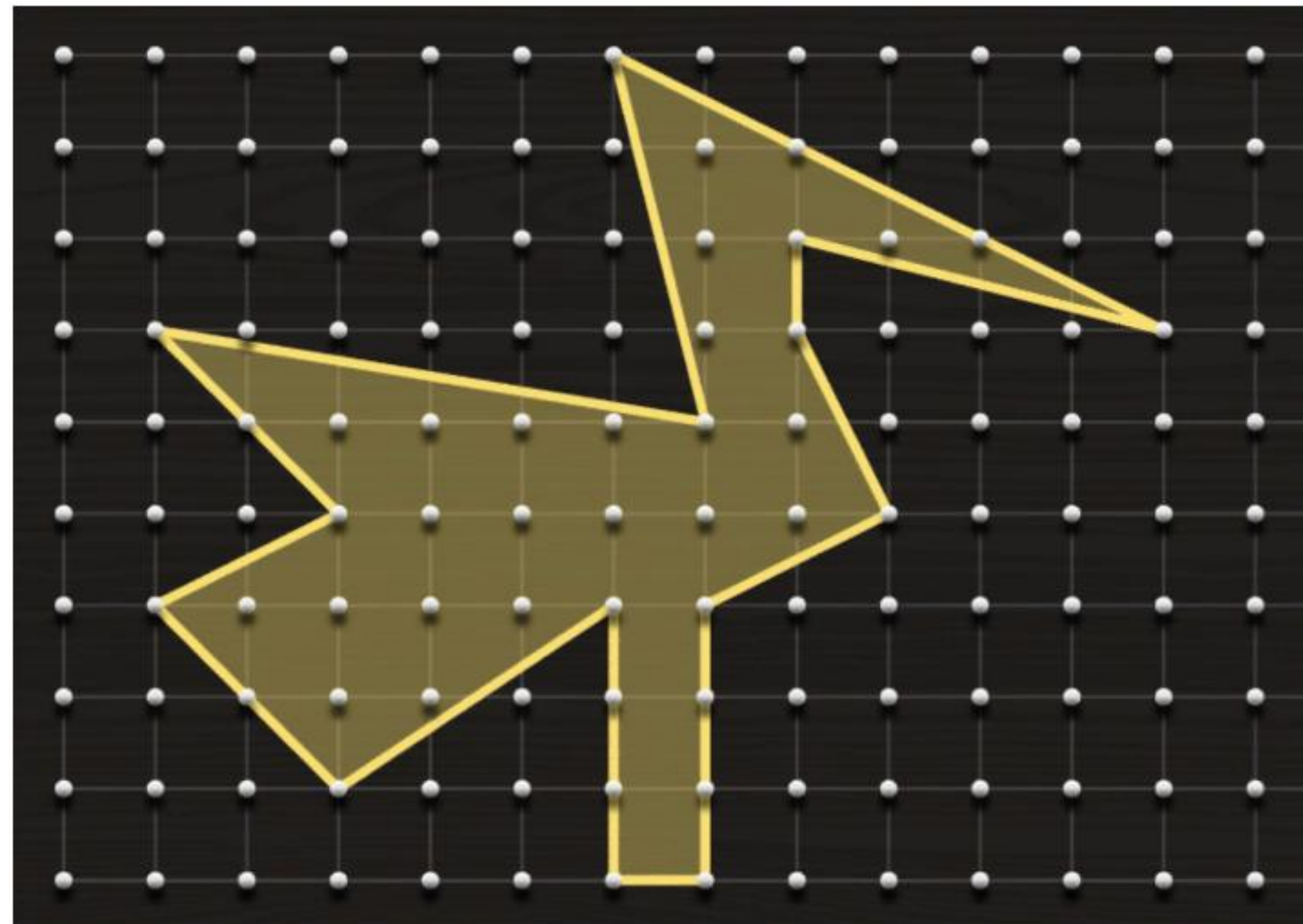
c. $O(I) + O(II) = O(III)$

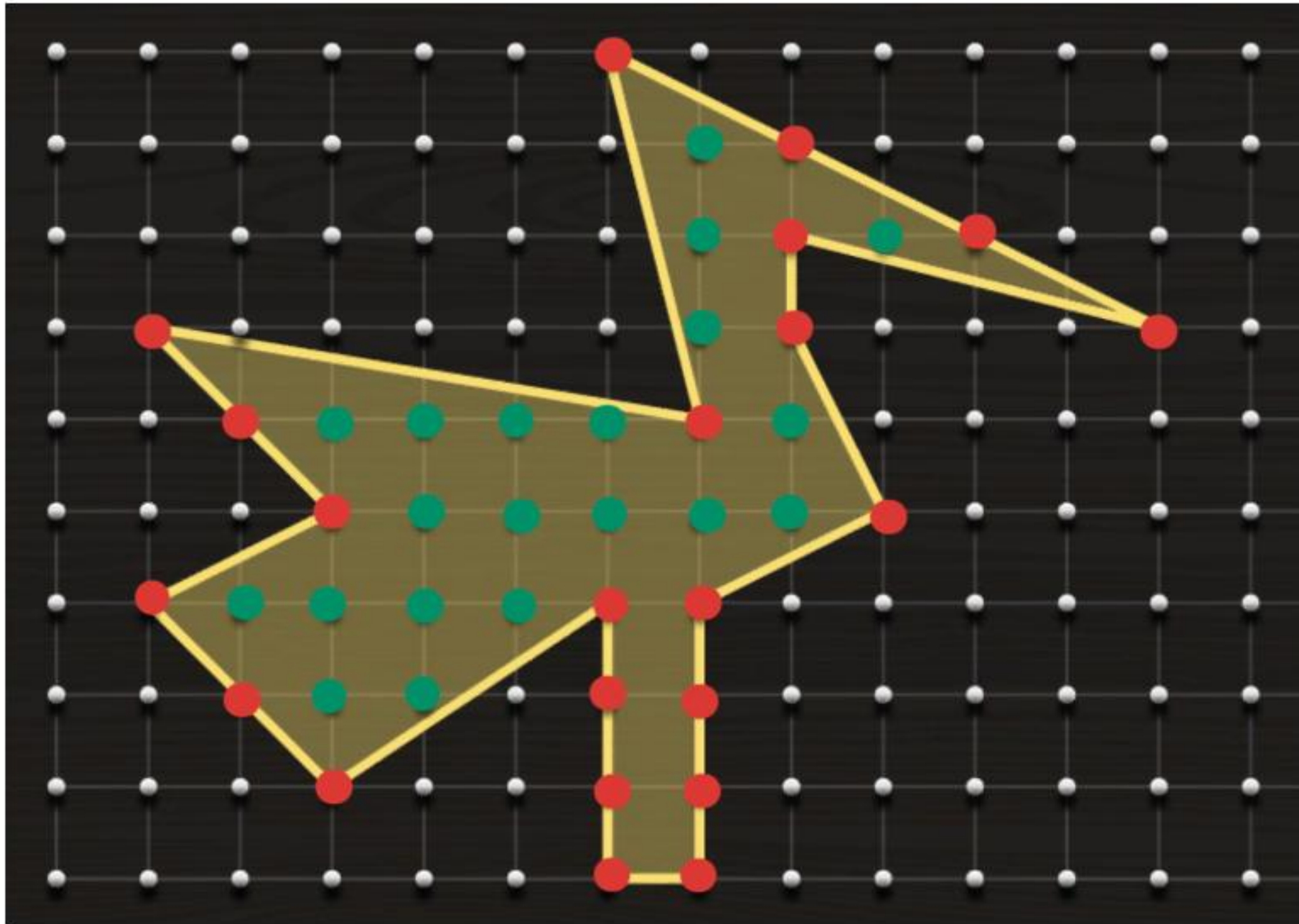


Opdrachten

21

Voor complexe roosterveelhoeken is de formule van Pick erg handig. Bereken de oppervlakte van deze 'pelikaan'.





$$R = 22 \text{ en } B = 20$$

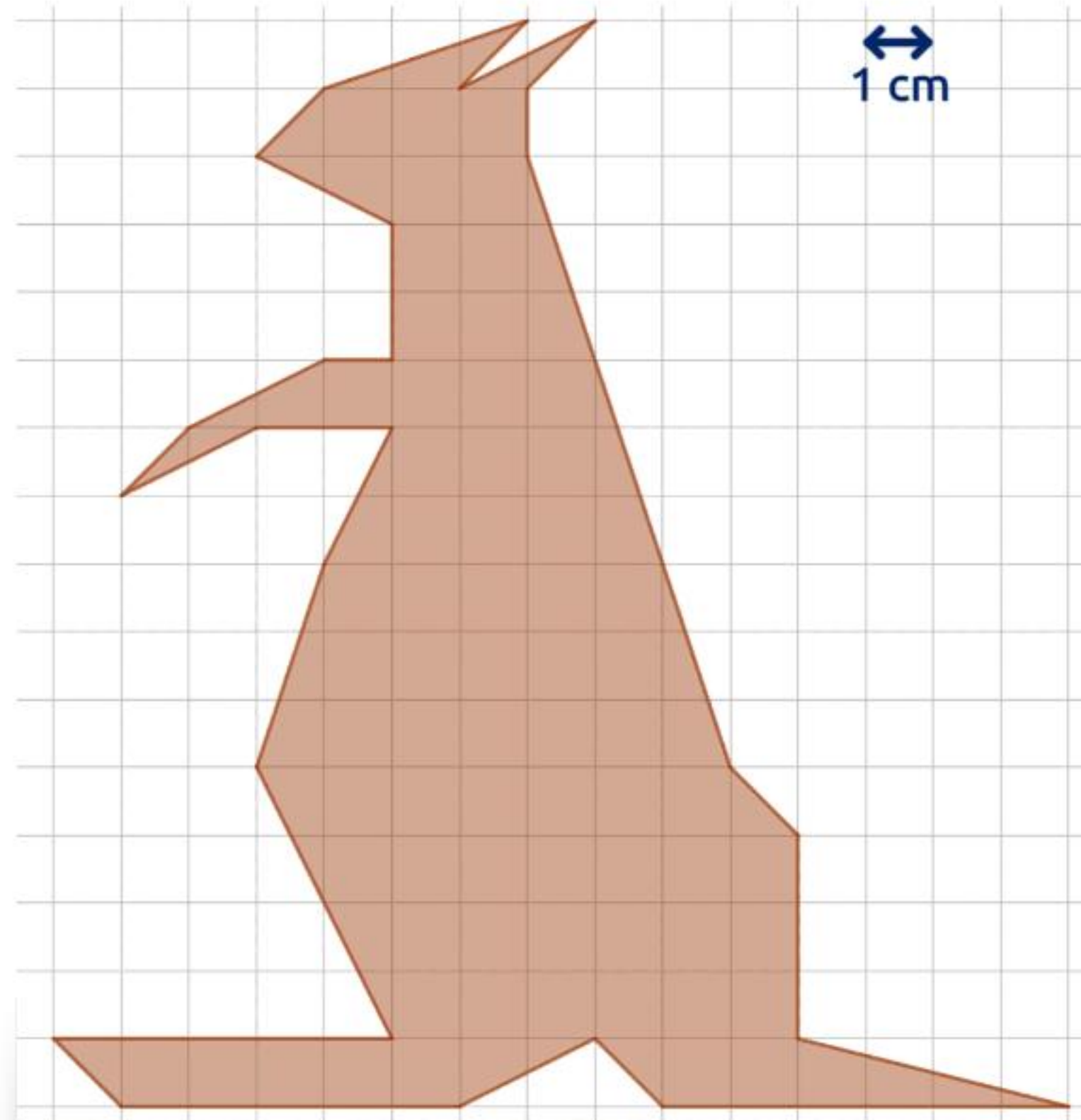
$$\begin{aligned} O(\text{lepelaar}) &= B + 0,5 \times R - 1 \\ &= 20 + 0,5 \times 22 - 1 \\ &= 20 + 11 - 1 \\ &= 30 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



Opdrachten

22

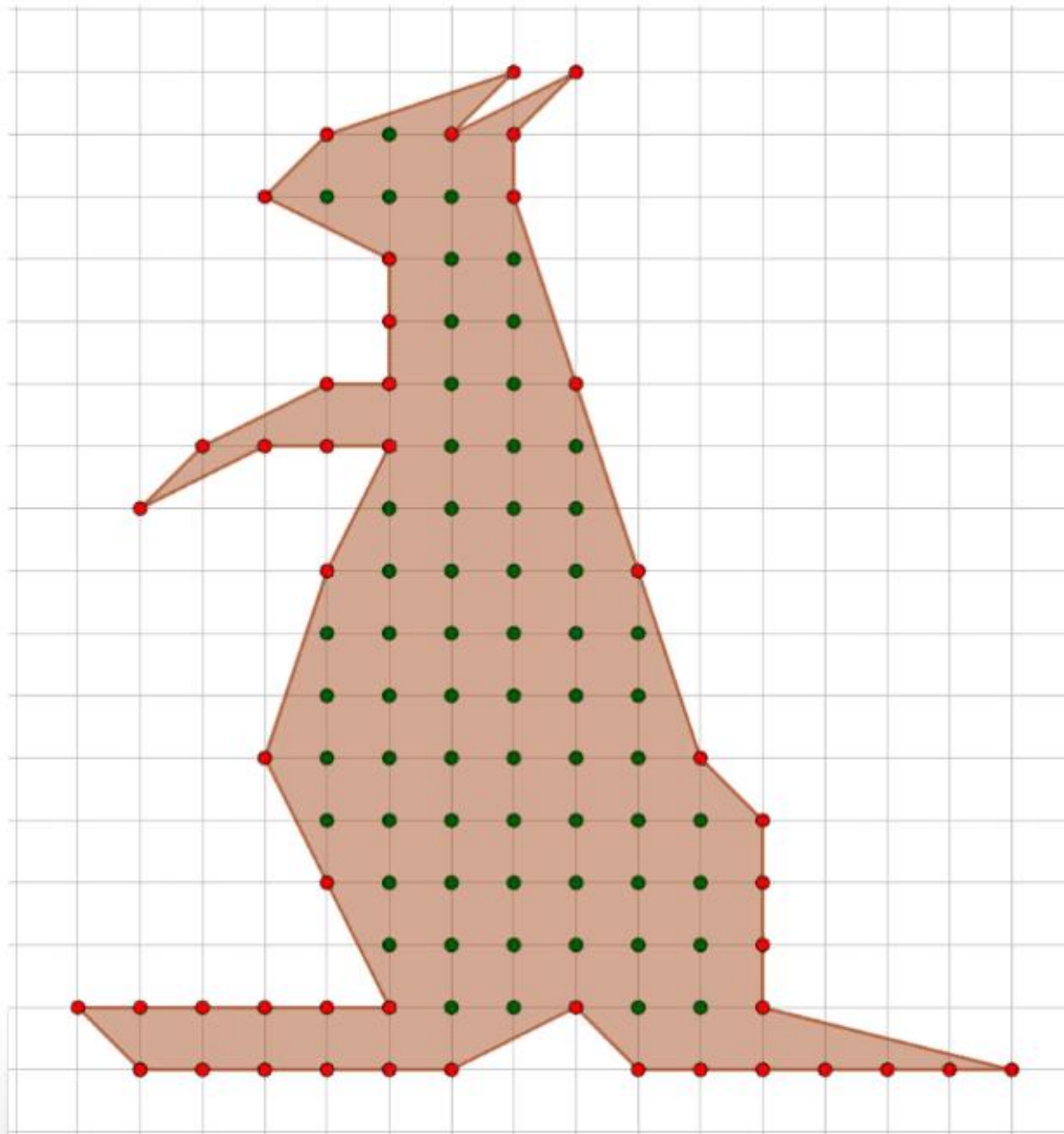
Bereken op een handige manier de oppervlakte van deze 'kangoeroe'.





Uitwerkingen

22



$$R = 46 \text{ en } B = 62$$

$$\begin{aligned} O(\text{kangoeroe}) &= B + 0,5 \times R - 1 \\ &= 62 + 0,5 \times 46 - 1 \\ &= 62 + 23 - 1 \\ &= 84 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Terug

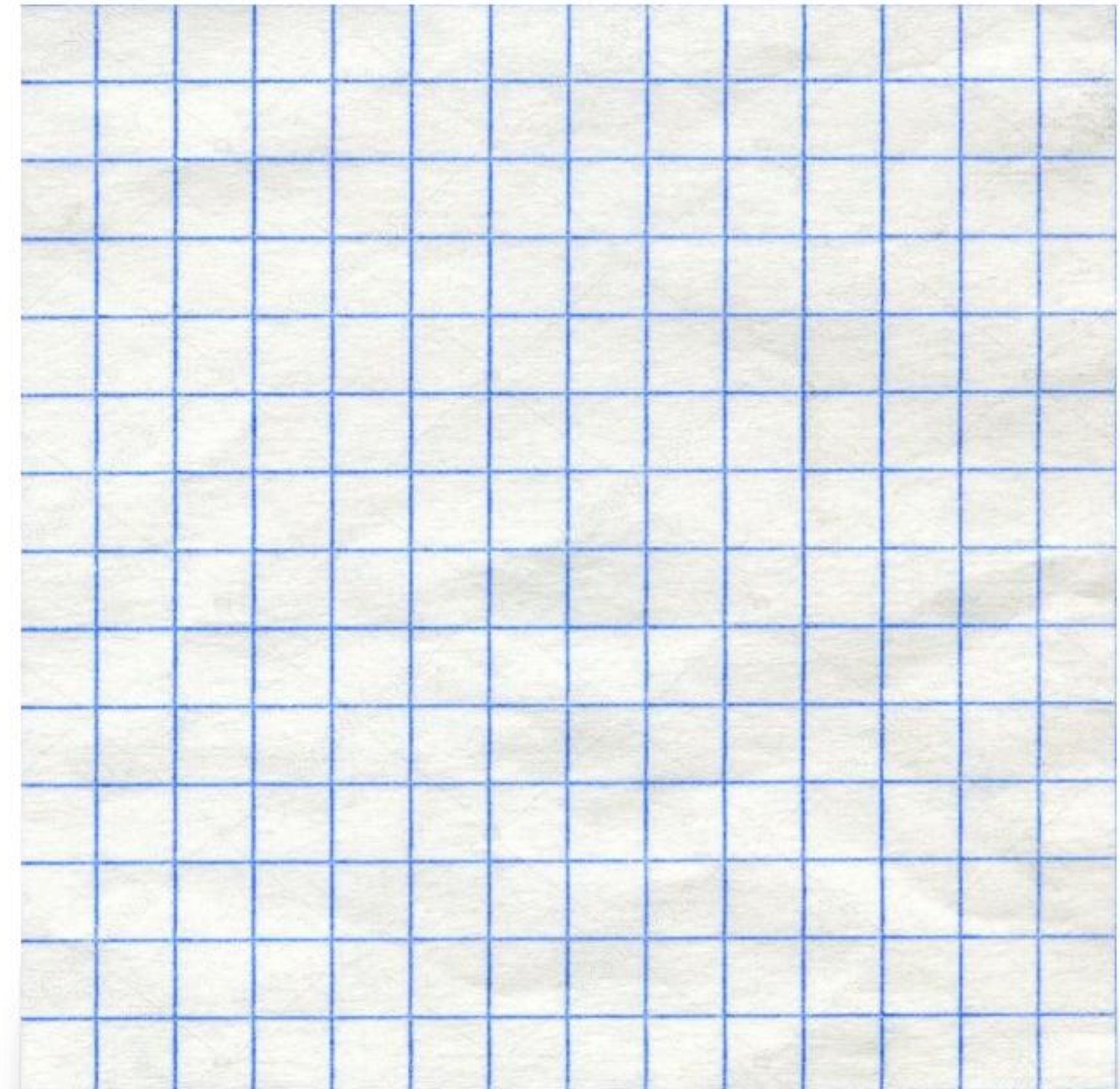


Open opdracht

23

- Ontwerp op roosterpapier of op het geoboard een roosterveelhoek.
- Bereken de oppervlakte op de traditionele meetkundige manier met behulp van 'opdelen' of 'inlijsten'.
- Bereken de oppervlakte met behulp van de formule van Pick.

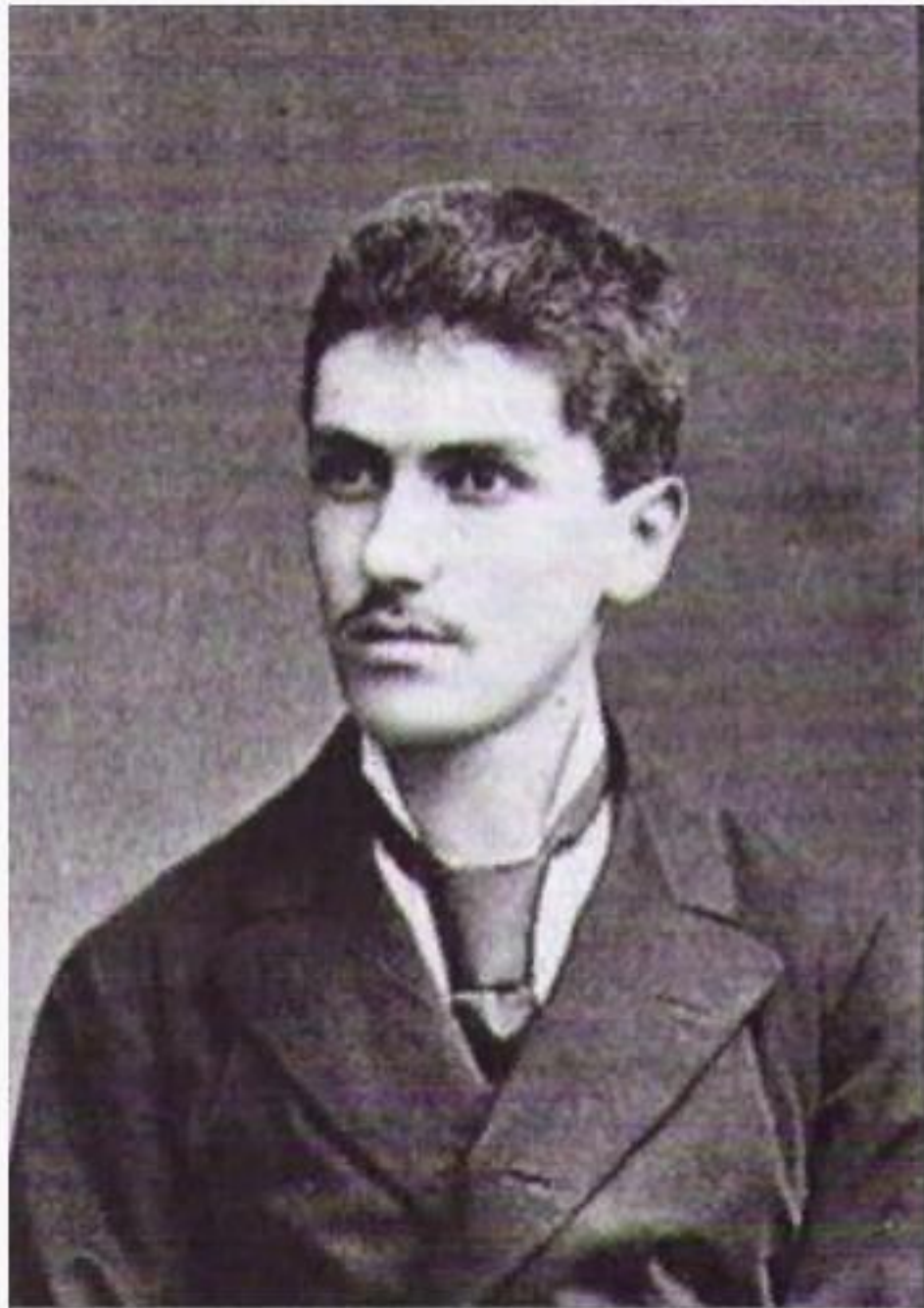
[Klik hier](#) voor het geoboard



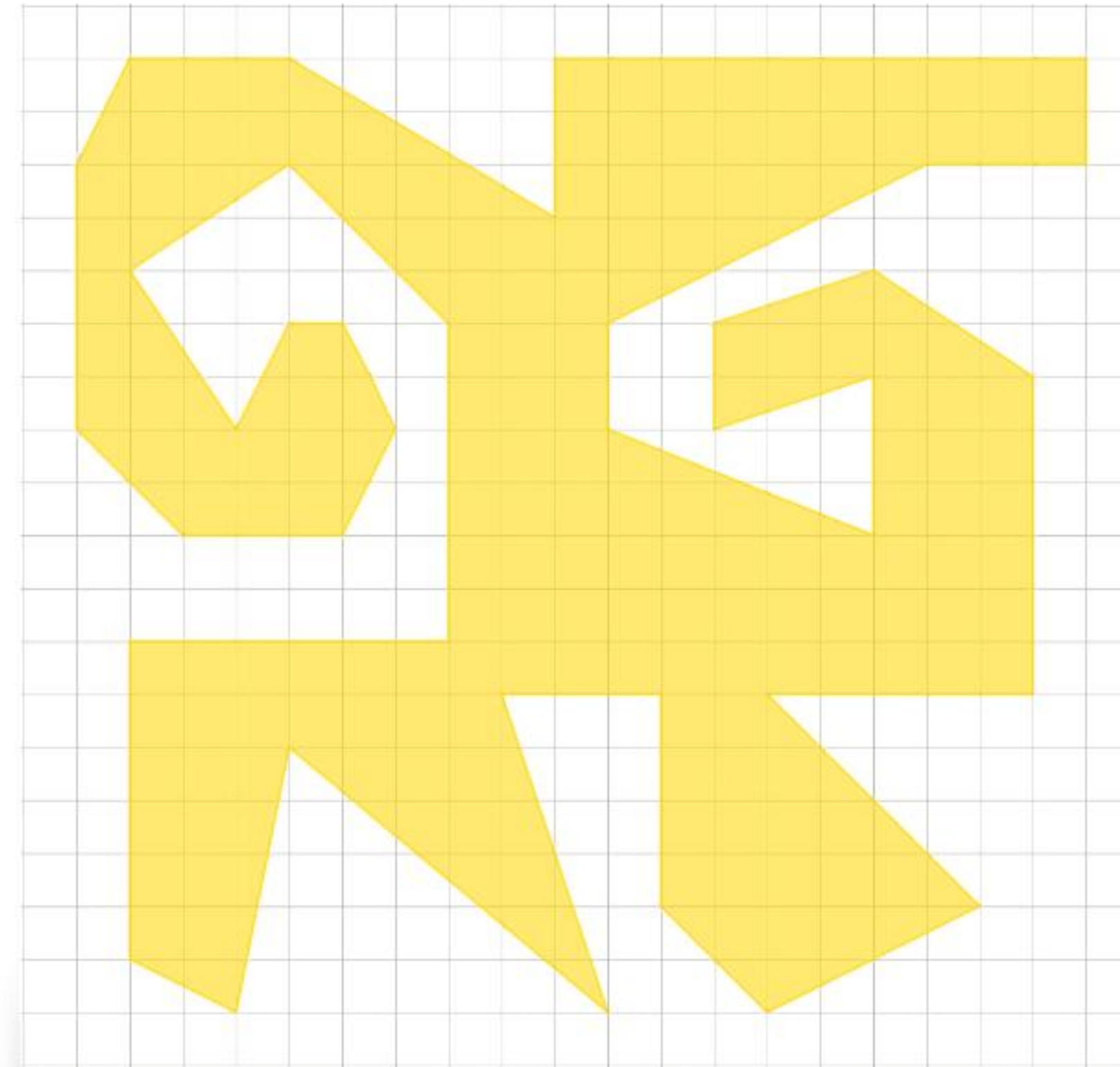


Uitdaging

'Inlijsten' of de formule van Pick? Bereken de oppervlakte van onderstaande figuur.



Georg Alexander Pick (1859 - 1942)

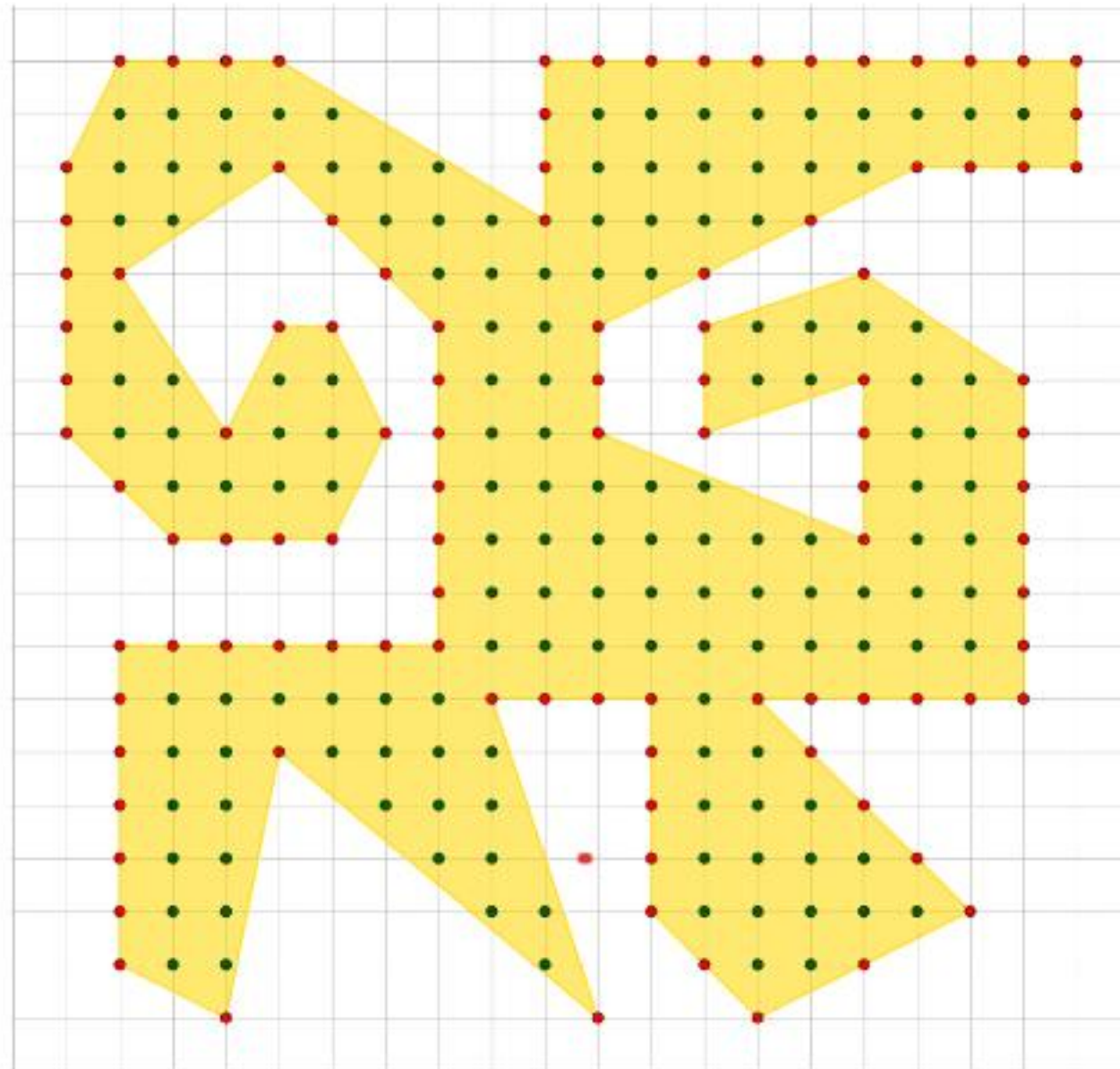


Controleer



Uitwerkingen

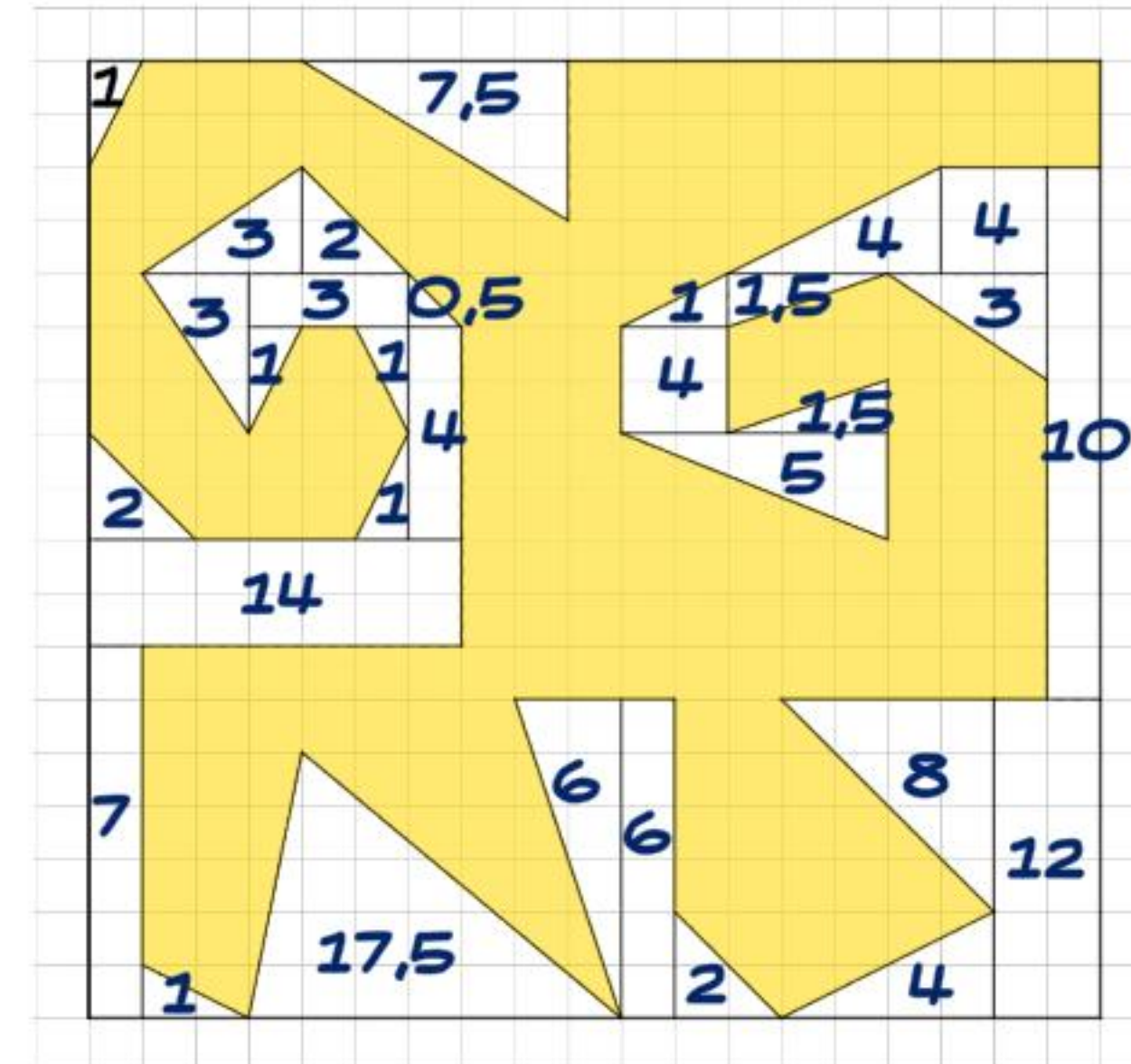
De formule van Pick



$$R = 105 \text{ en } B = 150$$

$$\begin{aligned} O(\text{figuur}) &= B + 0,5 \times R - 1 \\ &= 150 + 0,5 \times 105 - 1 \\ &= 150 + 52,5 - 1 \\ &= 201,5 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

'Inlijsten'



$$O(\text{rechthoek}) = 19 \times 18 = 342$$

$$\begin{aligned} O(\text{opvulling}) &= 7 + 1 + 17,5 + 6 + 6 + 2 + 4 + 8 \\ &\quad + 12 + 14 + 2 + 1 + 4 + 1 + 1 + 3 \\ &\quad + 3 + 0,5 + 3 + 2 + 1 + 7,5 + 4 + 4 \\ &\quad + 10 + 3 + 1,5 + 1 + 4 + 1,5 + 5 \\ &= 140,5 \end{aligned}$$

$$O(\text{figuur}) = 342 - 140,5 = 201,5 \text{ cm}^2$$



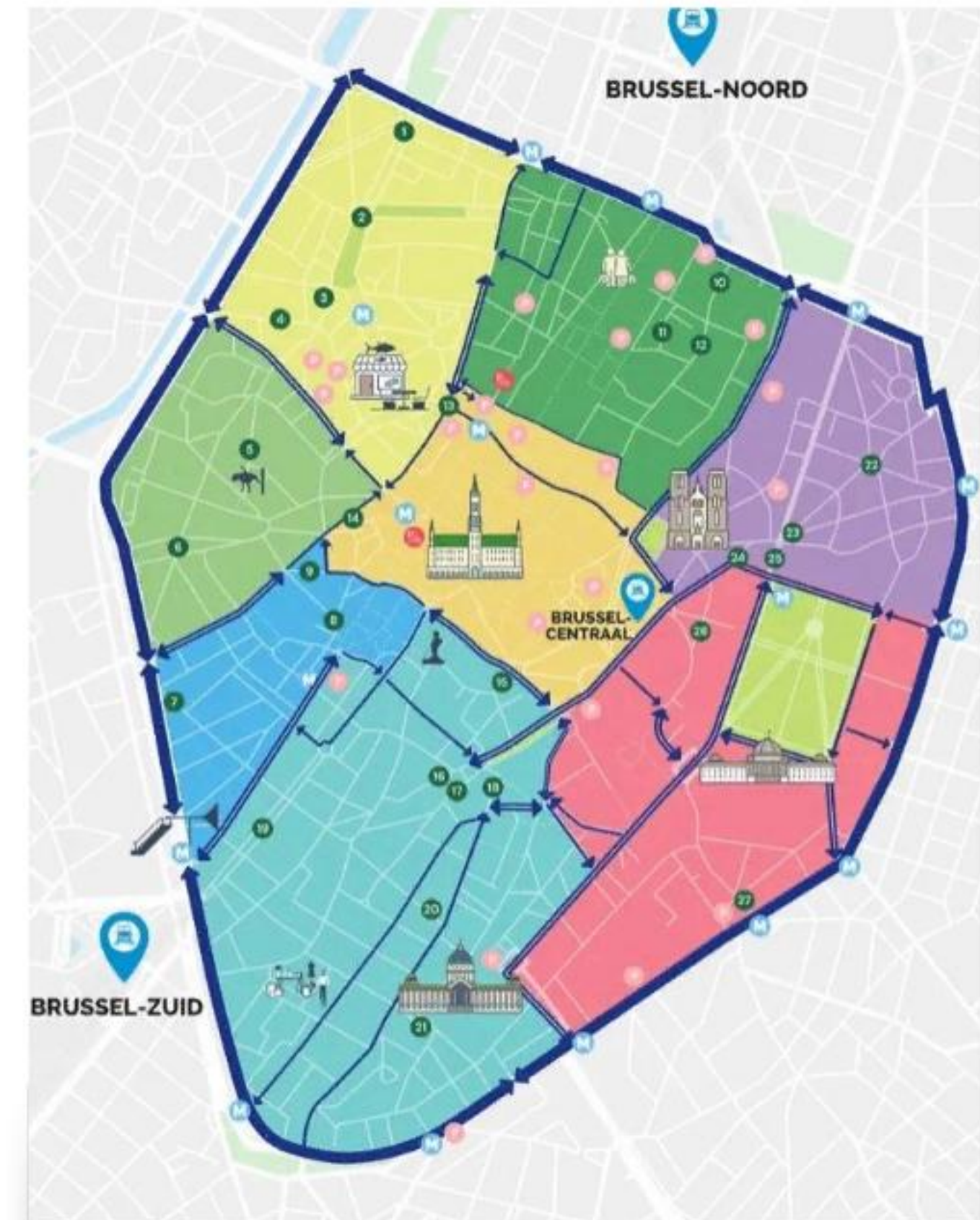
4

7. Toepassing: de Brusselse vijfhoek

De binnenstad van Brussel wordt ook wel de 'Brusselse vijfhoek' genoemd. Deze vijfhoek wordt begrensd door de binnenring die samenvalt met de tweede stadsomwalling uit de 16de eeuw.

Volgens Wikipedia is de totale oppervlakte van de 'vijfhoek' $4,61 \text{ km}^2$.

We gaan nu de oppervlakte ook berekenen met behulp van de formule van Pick en gaan na of deze veel afwijkt.





4

7. Toepassing: de Brusselse vijfhoek



Uitwerking

Aantal randpunten: $R = 15$
Aantal binnenpunten: $B = 293$

$$\begin{aligned} O(\text{vijfhoek}) &= B + 0,5 \times R - 1 \\ &= 293 + 0,5 \times 15 - 1 \\ &= 293 + 7,5 - 1 \\ &= 299,5 \end{aligned}$$

De roosterpunten liggen
125 m uit elkaar.



$$\begin{aligned} O(\text{roostervierkant}) &= 125 \times 125 \\ &= 15\,625 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} O(\text{vijfhoek}) &= 299,5 \times 15\,625 \\ &= 4\,679\,687,5 \text{ m}^2 \\ &= 4,68 \text{ km}^2 \end{aligned}$$





Laat onderwijs spreken

Prowise

www.prowise.com

